
ANALES DEL INSTITUTO DE INGENIEROS

SUMARIO.—Informe sobre las pruebas de recepción definitiva de los puentes metálicos del ferrocarril de Victoria a Temuco, por Guillermo Otten i E. Pardo Duval, ingenieros de la Dirección de Obras Públicas, primera sección.—Bibliografía.

INFORME

SOBRE LAS PRUEBAS DE RECEPCION DEFINITIVA DE LOS Puentes METÁLICOS DEL FERROCARRIL DE VICTORIA A TEMUCO, POR GUILLERMO OTTEN I E. PARDO DUVAL, INGENIEROS DE LA DIRECCION DE OBRAS PÚBLICAS, 1.ª SECCION.

CONSIDERACIONES JENERALES

I. Objeto del informe

Los puentes metálicos cuyas pruebas hacen el objeto del presente informe, son los siguientes:

1.º *Puente sobre el estero Chanco*, de un solo tramo de m. 29.80, situado en el km. 6.8 desde Victoria.

2.º *Puente del Quino*, de cuatro tramos continuos de 50 m. en el km. 8.15.

3.º *Puente del Salto*, de cinco tramos continuos de 40 m. en el km. 10.05.

4.º *Puente del Quillem*, de tres tramos continuos de 70 m. en el km. 26.400.

5.º *Puente del Lleguin (Cajon)* de un solo tramo de 25 m. en el km. 56.2 desde Victoria.

2. De las cargas que sirven para los cálculos

1.º *Cargas uniformes.*—Las cargas que sirven de base en Chile para los cálculos de los puentes metálicos de las nuevas líneas de ferrocarriles en construcción, son los de la antigua circular francesa del año de 1877, que consulta una sola carga uniforme, variable con la longitud del tramo i calculada de tal modo que produzca en la mitad del tramo el mismo momento máximo de un tren de prueba compuesto con el material mas pesado en uso en aquella época.

2.º *Vigas continuas.*—En el caso de vigas continuas, el lugar de los momentos se trazó cargando cada tramo aisladamente para obtener el momento máximo en el tramo cargado, i cargando dos tramos continuos para el momento máximo en la viga frente al apoyo cargado.

Los esfuerzos de corte máximos se calculan con la misma carga que sirve para el cálculo de los momentos.

3.º *Viguetas i longuerinas.*—Para el cálculo de las viguetas i longuerinas se han adoptado tres o cuatro ejes de 12 tns. distantes de 1,30 m. i colocados de tal modo que realicen el estado de sollicitacion mas desfavorable.

4.º *Contravientos.*—Para los contravientos se ha adoptado por el esfuerzo del viento:

270 kgs. por m.² para el puente libre i 170 kgs. por m.² para el puente cargado.

El contraviento inferior es calculado con un esfuerzo de 270 kgs., quedando libre el puente i soportando cada uno de los contravientos la mitad de los esfuerzos.

Los contravientos superiores se calculan con un es-

fuerzo de 170 kgs., suponiendo el puente cargado i agregando el esfuerzo del viento sobre un tren de 2.50 m. de altura.

Los machones metálicos se calculan: 1.º, tomando en cuenta un viento de 170 kgs., suponiendo cargados los dos tramos continuos al machon; 2.º, tomando en cuenta un viento de 270 kgs., quedando libre el puente.

3. De las pruebas

Las pruebas se hicieron con un tren de dos locomotoras i una serie de carros de carga, compuesto de tal modo que los pesos correspondian, mas o ménos, a las cargas que han servido de base a los cálculos. A veces, sin embargo, hemos tenido que emplear cargas superiores a las que han servido para los cálculos, en vista de no prolongar demasiado la duracion ya larga de estas pruebas.

Para el avalúo de los pesos sobre los ejes, hemos tenido que concretarnos a las cargas indicadas por la administracion de los ferrocarriles, sin comprobar directamente la exactitud de estos pesos.

La báscula mas cercana que habria podido servir para esta determinacion, se encuentra en Santiago, que dista mas de 600 kms. de Victoria, i 565 kms. de Concepcion, adonde está la maestranza de la 3.ª Seccion, que proporcionó el material rodante que ha servido para las pruebas.

Las pruebas estáticas se hicieron colocando el tren separadamente sobre cada tramo i en seguida sobre dos tramos continuos.

Las pruebas duraron jeneralmente 30 minutos, i en

los primeros ensayos de cada puente, de 35 a 40 minutos.

La casi totalidad de la deformacion se producía siempre al iniciar la prueba, siendo talvez de 1 mm. el aumento de flecha que se notó durante la permanencia del tren sobre el puente.

Despues de los ensayos estáticos se hicieron siempre una o dos pruebas dinámicas con el tren completo cubriendo dos tramos del puente.

La velocidad máxima varió jeneralmente entre 40 i 45 kms., i alcanzó hasta 60 kms. en el puente Quino.

4. De los aparatos

Los aparatos que sirvieron para las medidas de las deformaciones eran simples correderas de madera, fijadas en un poste vertical apoyado en el suelo, i puestas en comunicacion con la viga del puente por medio de un alambre tendido por un contrapeso, que era jeneralmente un pedazo de riel. La corredera se componia de dos piezas, siendo libre la parte inferior para marcar las deformaciones máximas producidas por las pruebas de velocidad.

Este aparato permite avaluar las flechas con bastante exactitud, pero tiene el defecto de pereza en ciertas circunstancias. Efectivamente, con la humedad la madera se hincha, i a veces los contrapesos no bastan para mover la corredera. Varias veces hemos tenido que rehacer las pruebas por este motivo.

CAPITULO II

PUENTE QUILLEM

§ I. DESCRIPCION DE LA OBRA: DE LAS PRUEBAS

5. Descripcion

El puente Quillem, que tiene m. 209.600 de largo total, se compone de tres tramos continuos, teniendo el tramo central 70 m. de largo, de eje a eje de los machones i los tramos estremales, m. 69.900 desde el eje del machon hasta la estremidad de la viga. Los estribos son de albañilería de piedra, i los machones consisten en pilas metálicas de m. 13.30 de altura, apoyadas sobre macisos de albañilería.

Las vigas de la superestructura son inferiores a la vía, tienen 7 m. de altura, distan m. 4.75 de eje a eje i son del sistema denominado «enrejado múltiple», cortándose cuatro diagonales por cada corte trasversal. Las soleras se componen de una plancha vertical de 500 x 11 mm., 4 escuadras de $\frac{110 \times 110}{11}$, i una, dos o tres planchas de 500 x 10 mm. o 500 x 9 mm. de grueso, segun el caso. Las diagonales del enrejado son formadas de acero \perp de 250 x 85 o 200 x 84. Verticalmente, a m. 3.42 de distancia, las vigas están reforzadas por montantes de forma doble T, compuestas de una plancha de 500 x 7 i 4 escuadras de 80 x 60. Frente a estas fuerzas, las dos vigas están unidas trasversalmente por un doble crucetaje en forma de cruz de San Andres compuesta de acero T de 115 x 70. En el plano inferior

de la viga existe un contraviento horizontal de acero T de 150×80 i de 130×70 , colocados en cruz de San Andrés e inclinados en 32° sobre el eje longitudinal de las vigas. En el plano superior hai otro contraviento con acero de la misma clase, pero inclinado en 52° sobre el eje longitudinal del puente. En la parte superior de la viga i bajo las soleras, las vigas están unidas por viguetas transversales de m. 0.55 de altura. Dos filas de longuerinas de m. 0.45 de altura i distantes de m. 1.880, de eje a eje, sirven de apoyo a los durmientes que soportan el riel.

En cuanto a los machones metálicos que tienen m. 13.30 de altura, consisten esencialmente en 4 montantes en forma de cajon, compuesto cada uno de 4 planchas de 500×10 mm. unidos por 4 escuadras de $\frac{100 \times 100}{10}$. Estos montantes inclinados de 0.099 sobre la vertical, descansan en la base sobre una pieza de fundicion fijada sólidamente a la albañilería, i están unidos en la parte superior por 4 cabezales de forma doble T de 0.80 de altura. La altura total está dividida en tres partes casi iguales por fierro \perp de $150 \times 55 \times 9$ colocados horizontalmente i en diagonal para contraventar el machon convenientemente.

6. Peso muerto i sobrecarga

Para el cálculo de las vigas, se han adoptado los pesos siguientes:

Acero por m. l. de puente.	kg.	2.000
Durmientes i rieles.	»	220
Entablado.	»	150
Peso muerto total por ml. puesto. . .	»	2.370
Sobrecarga por ml. de puente	»	3.500
Carga total por ml. de puente	»	5.870

7. De las pruebas

El tren que ha servido para las pruebas tenía la composición siguiente (lámina I fig. 2):

Una locomotora del tipo 139, con un eje de bogie, tres ejes motores i 4 ejes de ténder con un peso total de tns.	66.79
Una locomotora del tipo 208, con dos ejes de bogie, tres ejes motores i tres ejes de ténder, con un peso total de. . . »	83.99
Diez carros planos de m. 10.10 de largo cada uno, con un peso muerto de tons. 9.5 i una carga de rieles de 12 tons. 5, que era la carga máxima admisible »	215.00
El peso total del tren era, pues. tns.	<u>365.78</u>

Para las pruebas estáticas, en cada tramo aisladamente se cortó una parte del tren, dejando solamente las dos locomotoras con 4 carros. Las pruebas se hicieron principiando con el primer tramo sur, al lado de Temuco, marchando el tren desde el sur hácia el norte.

Veremos mas adelante que el tren así compuesto correspondía a una carga uniforme de 3.460 kgs. por metro lineal de puente, en cuanto al momento máximo en la mitad del tramo. Siendo de 3.500 kgs. la carga uniforme que ha servido para los cálculos, nos encontramos en buenas condiciones para hacer las pruebas.

8. Aparatos

Las correderas que sirvieron para la determinacion de las flechas se colocaron bajo cada una de las vigas, en el

centro de cada tramo, como tambien en cada uno de los machones.

El cuadro núm. 1 indica el resultado de las observaciones, habiendo anotado en cada tramo la mayor flecha observada. No hemos notado ninguna deformacion permanente en la obra, i en los machones la compresion ha sido nula.

g. Cuadro núm. 1

PUENTE QUILLEM

Flechas observadas con el tren de prueba

ESTADO DE SOLICITACION	Flechas	Flechas	Flechas	OBSERVACIONES
	observadas en el 1. ^o tramo	observadas en el 2. ^o tramo	observadas en el 3. ^o tramo	
Primer tramo cargado...	+41.5mm	—	—	(a) No hubo.
Segundo tramo cargado.	-10 mm.	+37mm.	—	Ninguna.
Tercer tramo cargado....	—	-10.5	+44 mm.	Deformacion.
1. ^o i 2. ^o tramos cargados.	+13.5	+30	—	permanente.
2. ^o i 3. ^o id. id.	—	—	+35.5	(b) La compresion
Prueba de velocidad.....	41	36	42.5	del machon fué nula

§ II VERIFICACION DE LAS DEFORMACIONES POR EL CÁLCULO

10. *Jeneralidades.*—La verificacion de las flechas por el cálculo, tomando en cuenta todos los elementos de la cuestion, es un estudio muy complejo, pues, se trata de una viga continua de seccion variable con cargas aisladas cualesquiera.

Sin embargo, aplicaremos el método exacto al caso actual, reservándonos en seguida de tratar el problema por un método aproximativo mucho mas rápido. La comparacion de los resultados mostrará si podremos adoptar este método para los demas estudios.

A.—Método exacto (Lámina I)

11. *Exposición del método.*—Trataremos la cuestión por la grafostática, siguiendo la marcha indicada por M. Koecklin en sus «Applications de la Statique Graphique».

Para determinar la flecha en ciertos puntos de una viga continua sobre varios apoyos, bajo la acción de una carga cualquiera, se determina:

1.º La deformación de esta viga bajo la acción de la carga de que se trata, suponiendo la viga solamente apoyada en sus estremidades;

2.º La deformación de la misma viga, bajo la acción de una fuerza aislada de valor conocido, i colocada frente a cada uno de los apoyos; siendo las deformaciones en relación con las fuerzas i debiendo quedar invariables los apoyos, se deduce de las deformaciones de los artículos 1.º i 2.º las reacciones verticales sobre los distintos apoyos producidas por las cargas. De estas reacciones se deducen las flechas correspondientes producidas en la viga; i deduciendo las de las flechas producidas por la carga según el artículo 1.º, se puede obtener la verdadera flecha producida en cada punto de la viga continua.

12. *Tren de prueba.*—La figura 2 de la lámina I indica la composición del tren de prueba que ha servido para los ensayos.

Las cargas indicadas son las que corresponden a cada eje; pero tratándose de tomar las deformaciones sobre cada viga, habría que tomar en cuenta solamente la mitad de estos pesos.

13. *Lugar de los momentos.*—Debemos determinar ante todo el lugar de los momentos correspondientes a cada uno de los estados de sollicitación de las pruebas.

Es sabido que la curva de los momentos que corresponde a un tren de prueba, es independiente de la posición del tren respecto a los apoyos, como así mismo de la distancia de los apoyos, produciéndose únicamente un cambio en la base del polígono en relación con la posición del tren i del largo del tramo.

Apoyándonos en esta propiedad característica, podremos trazar una vez por todas la curva de los momentos que corresponde al tren de prueba, sin ocuparnos por el momento ni de la posición del tren ni del largo de los tramos.

Por eso hemos anotado, según la vertical de la figura 3, las fuerzas del tren de prueba a la escala de 1 mm. por 1.000 kgs. o $\frac{1}{1.000}$

La escala de longitud es de $\frac{1}{500}$ o 2 mm. por metro. Con una distancia polar de 80 mm., es decir, 40 m. hemos formado el diagrama polar, i trazando el polígono funicular con líneas paralelas a los radios, hemos obtenido el polígono de los momentos del tren de prueba. La escala de estos momentos será $\frac{1}{40.000}$ o 1 mm. por 40.000 kgs.

Teniendo las curvas generales de los momentos, será fácil obtener el lugar de los momentos correspondientes a cada uno de los casos que tenemos que estudiar, considerando siempre el puente apoyado en sus apoyos extremos distantes de m. 210.09.

Efectivamente:

1.º En el caso de estar cargado el primer tramo sur, el lugar de los momentos tiene la forma C. D. F., con C. F. por base.

2.º Estando cargado el segundo tramo con esclusión

de los demas, el lugar de los momentos es M. C. D. E. con una base M. E.

3.º Con el tercer tramo cargado, el lugar de los momentos es L. M. C. D. con L. D. por base.

4.º Cargando simultáneamente el 1.º i 2.º tramo, la curva de momentos es B. C. D. E. con una base B. E.

5.º Por fin, cuando el tren de prueba se estiende sobre los tramos 2.º i 3.º, la curva es A. B. C. D. con una base A. D.

De esta misma curva jeneral de los momentos se deduce tambien el lugar de los momentos producidos por el tren de prueba sobre un solo tramo de 70 m. Este lugar es C. N. D. con C. D. por base.

El momento máximo correspondiente producido en un tramo aislado de 70 m. es N. R. i tiene por valor

$$M = 1.060.000 \text{ kg. m.},$$

correspondiente a una carga uniformemente repartida de

$$P = \frac{1.060.000 \times 8}{70^2} = 1.730 \text{ kg. p. m. lineal.}$$

La carga que ha servido para el cálculo es $\frac{3.500}{2} = 1.750$ kg. Hai, pues, mui poca diferencia entre las cargas del cálculo i las que han servido para las pruebas.

Lugar de los momentos para una carga aislada de 50 toneladas frente al apoyo 2.—Para trazar este lugar, hemos adoptado las mismas escalas de lonjitud, fuerza i distancia polar que en el anterior. El lugar de los momentos es G. H. K, con base G. K.

Estando fijados los lugares de los momentos que corresponden a los varios estados de sollicitacion que tene-

mos que estudiar, podremos determinar las deformaciones de las vigas en cada uno de estos casos.

Es sabido que para obtener las flechas producidas, habría que dividir la superficie de los momentos en áreas parciales que tengan el mismo momento de inercia en toda su estension; considerar estas áreas parciales como fuerzas aplicadas en sus centros de gravedad respectivos, i trazar la curva de los momentos que corresponde a estas fuerzas, tomando para cada fuerza o área parcial una distancia polar $E. I.$, producto del módulo de elasticidad del metal por el momento de inercia correspondiente a la área parcial i variable de una a otra. El lugar de los momentos será la curva deformada, bajo la acción de las verdaderas fuerzas que solicitan la viga.

Aplicaremos este método a varios estados de sollicitacion.

14. Escalas

Siendo la escala de momentos

1 mm. por 40.000 kg.

i la escala de lonjitudes

1 mm. por m. 0.50

la escala de las superficies de los momentos será

1 mm.² por 20,000 kg m.²

En las distintas aplicaciones que siguen, será siempre esta escala que servirá para trasformar en kg. m.² las

áreas parciales de los momentos, avaluadas en mm.^2 por medio del planimetro.

Para la construcción del diagrama polar, hemos adoptado la escala de 1 mm. por 4.000.000 kg. m.^2 para el primer tramo cargado i para la reacción de 50 tons. bajo el segundo apoyo. La escala de las áreas de los momentos será, pues

$$\frac{1}{4.000.000}$$

Habiendo sido representado $E. I._1 = 6.642.936.000$ por mm. 14.76, la escala de las distancias polares será

$$\frac{6.642.936.000}{14.76} = 450.540.000 \text{ por mm. o sea}$$

$$\frac{1}{450.540.000}$$

Los valores $E. I._2$ i $E. I._3$ han sido tomados a esta misma escala.

Siendo de $\frac{1}{500}$ la escala de las longitudes, la escala de las deformaciones será

$$\frac{450.540.000}{500 \times 4.000.000} = 0,22.527$$

Para la carga sobre el segundo tramo como también para el caso de tener cargado el primero i el segundo tramos, hemos adoptado para las áreas de los momentos la escala de 8.000.000 kg. m.^2 por mm.^2 , es decir

$$\frac{1}{8.000.000}$$

En estos dos casos la escala de las deformaciones será

$$\frac{450.540.000}{500 \times 8.000.000} = 0.112635$$

15. *Valor de E.*—Segun Résal (1), para las vigas de enrejado múltiple i tratándose de un metal cuyo coeficiente de elasticidad real es $1,9 \times 10^{10}$, habria que admitir para el cálculo de las deformaciones el coeficiente $1,6 \times 10^{10}$.

Habiéndose destruido en el incendio del Congreso todos los documentos que se refieren a los ensayos hechos en Francia sobre los aceros del Creusot que sirvieron para los puentes de Chile, no hemos podido introducir en los cálculos el coeficiente de elasticidad del metal de que están hechos los puentes. Hemos, pues, adoptado el coeficiente de elasticidad real indicado por M. Koecklin (2) para el acero dulce, i que tiene por valor.

$$2.2 \times 10^{10}$$

Tomando en cuenta la relacion de Résal, hemos tomado por base para todos los cálculos de deformaciones el valor de E

$$E = 1.6 \times 10^{10} \times \frac{2.2}{1.9} = 1.8 \times 10^{10}$$

16. Valores de I

Los momentos de inercia de las soleras corresponden a los casos siguientes:

(1) Véase *Ponts Metaliques* por Jean Résal. Tomo 2.º, p. 128.

(2) Véase *Applications de la Statique graphique*, p. 506.

1.º Cada solera tiene una plata-banda de 500×10 ;

2.º Cada solera tiene una plata-banda de 500×10 i una de 500×9 ;

3.º Cada solera tiene una plata-banda de 500×10 i dos de 500×9 ;

Los cálculos correspondientes no ofrecen dificultad alguna, i los momentos de inercia tienen los valores siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 0.369052 \\ I_2 = 0.480235 \\ I_3 = 0.591053 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{La figura 4 de la lámina I indica el} \\ \text{largo de accion de cada uno de es-} \\ \text{tos momentos de inercia.} \end{array}$$

17. Valores de E I

Los valores correspondientes de E I que deben servir como distancias polares, serán los siguientes:

$$E I_1 = 6.642.936.000$$

$$E I_2 = 8.644.230.000$$

$$E I_3 = 10.638.954.000$$

18. Trazados de las curvas deformadas

1.º *Reaccion de 50 toneladas bajo el 2.º apoyo.*—El lugar de los momentos es GHK con base GK.

Hemos dividido la superficie total de los momentos en 17 áreas parciales, indicadas con los números 1.º hasta 17.º

Segun la vertical de la figr. 6 se han indicado los largos correspondientes a estas áreas, i por medio de la distancia polar variable EI, se ha trazado el diagrama polar correspondiente. Trazando en seguida el polígono con líneas paralelas a los radios del diagrama, se ha obte-

nido la curva deformada bajo la acción de la reacción de 50 tons. obrando bajo el 2.º apoyo.

Las medidas tomadas directamente sobre el depurado (1) muestran que tenemos las flechas siguientes:

1.º En la mitad del 1.º tramo, 98.5 mm.

2.º Bajo el 1.º apoyo, 180 mm.

3.º En la mitad del 2.º tramo, 229 mm.

4.º Bajo el 2.º apoyo, 214 mm.

5.º En mitad del 3.º tramo, 114.

La escala de estas deformaciones es 0.22527.

2.º Reacción de 50 toneladas bajo el 1.º apoyo

No hemos hecho el trazado de la curva correspondiente a este caso. Sin tomar en cuenta la falta de simetría que hai en los momentos de inercia de las dos vigas, hemos admitido que la acción de las dos reacciones es simétrica.

Por consiguiente, admitiremos las deformaciones siguientes en este caso:

1.º En la mitad del 1.º tramo.	m. m.	114
2.º Bajo el primer apoyo.	»	214
3.º En la mitad del 2.º tramo.	»	229
4.º Bajo el 2.º apoyo	»	180
5.º En la mitad del 3.º tramo	»	98.5

3.º Primer tramo cargado

La superficie de los momentos tiene por límite la curva CDF con la base CF.

Se ha dividido esta superficie en 19 áreas parciales,

(1) Debido a error litográfico, las dimensiones del depurado no corresponden exactamente a las escalas.

cuyos centros de gravedad están indicados por los números 1 a 19.

El diagrama polar de la figura 5 se refiere a este caso i ha servido para el trazado de la curva deformada que se refiere a esta carga.

Las flechas medidas son las siguientes:

1.º En la mitad del 1.º tramo.	mm.	182.5
2.º Frente al 1.º apoyo.	»	293
3.º Frente al 2.º apoyo.	»	260

Reacciones sobre los apoyos

Quedando invariables los apoyos, síguese que la flecha hácia abajo producida en estos puntos por la carga, es igual a la flecha producida en los mismos puntos por la reaccion de los apoyos.

Llamamos R_1 i R_2 las reacciones sobre los apoyos 1 i 2.

Una reaccion de 50 tons. obrando en el apoyo 1, produce en este punto una flecha de 214 mm. Por consiguiente, una reaccion R_1 producirá en este punto una flecha

$$\frac{214 R_1}{50}$$

Una reaccion de 50 tns., obrando en el apoyo 2, produce en el apoyo 1 una flecha de 1.80 mm. Por consiguiente, la reaccion R_2 obrando en 2 producirá una flecha

$$\frac{180 R_2}{50}$$

Como la carga produce en el apoyo 1 una flecha de 293 mm., en virtud de la invariabilidad del apoyo, tendremos la ecuacion

$$293 = \frac{214 R_1}{50} + \frac{180 R_2}{50}$$

del mismo modo, tendríamos para el 2.º apoyo la ecuación

$$260.5 = \frac{180 R_1}{50} + \frac{214 R_2}{60}$$

cuya resolución de toda sencillez, daría por resultado

$$R_1 = 59.08 T \quad R_2 = 11.15 T$$

Por consiguiente, la flecha producida en la mitad del primer tramo R_1 i R_2 , será

$$F = 127 \times \frac{59.05}{50} + 98.5 \frac{11.2}{50} = 172.4 \text{ mm.}$$

Habiendo producido la carga en la mitad del primer tramo una flecha de mm. 182.5, síguese que la verdadera flecha que se produce tendrá por valor

$$182.5 - 172.4 = 10.1 \text{ mm.};$$

o tomando en cuenta la escala

$$F = \frac{10.1}{0.22527} = 44.8 \text{ mm.}$$

resultado un poco superior a la flecha máxima observada en el primer tramo i que es de 41.5 mm.

4.º—Segundo tramo cargado

El lugar de los momentos es M C D E con M E por base

Hemos visto que la escala de las deformaciones es 0.112635, mitad de las anteriores.

La superficie de los momentos ha sido dividida en 16 áreas parciales; i por medio del diagrama polar de la figura 7, se ha trazado la curva de la deformacion que se refiere al caso presente.

Así: se han medido directamente sobre el depurado las deformaciones siguientes:

1.º Frente al apoyo 1.....	241.5 mm.
2.º En la mitad del 2.º tramo....	296.5
3.º Frente al apoyo 2.....	261.5

Estas medidas, siendo a la escala de 0.112635, cuando se trataba de compararlas con las flechas que provienen de la carga de 50 tons., habrá siempre que multiplicarlas por dos para que todas sean a la misma escala de 0.22527.

Reacciones sobre los apoyos

Como en el caso anterior, se puede ver sin dificultad que las reacciones R_1 i R_2 del caso actual se deducen de las ecuaciones siguientes:

$$241.5 \times 2 = \frac{214 R_1}{50} + \frac{180 R_2}{50}$$

$$261.5 \times 2 = \frac{180 R_1}{50} + \frac{214 R_2}{50}$$

cuya resolucion daria los valores siguientes:

$$R_1 = 34.4 \text{ tons.} \quad R_2 = 93.2 \text{ T}$$

La carga aislada de 50 T en uno de los apoyos 1 o 2, produciendo una flecha de 229 mm. en la mitad del 2.º tramo, las reacciones R_1 i R_2 producen una flecha en la mitad del 2.º tramo,

$$F = \frac{229 (34.4 + 93.2)}{50} = 584.4 \text{ mm.}$$

Produciendo la carga en este mismo punto una flecha de 296.5 mm. a la escala de 0.112635, o $296.5 \times 2 = 593$ mm. a la escala de 0.22529, la flecha verdadera producida será:

$$593 - 296.5 = 8.6 \text{ mm.}$$

es decir, reducidos a su verdadera magnitud

$$\frac{8.6}{0.22527} = \text{mm. } 38.1$$

La mayor flecha observada era 37 mm.

5.º Primero i segundo tramos cargados simultáneamente

Hemos aplicado el método gráfico a este último caso. El lugar de los momentos es BCDE con una base BE.

Se ha dividido la superficie de los momentos en 16 áreas parciales. El diagrama polar de la figura 8 ha servido para el trazado de la curva de las deformaciones, cuya escala es 0.112635.

Las flechas obtenidas por el depurado son las siguientes:

Sobre el apoyo 1.º	312.5 mm.
En la mitad del 2.º tramo . .	374
Sobre el apoyo 2.º	325.5

Reaccion sobre los apoyos

Estas reacciones se obtienen por las ecuaciones

$$312.5 \times 2 = \frac{214R_1}{50} + \frac{180R_2}{50}$$

$$325.5 \times 2 = \frac{180R_1}{50} + \frac{214R_2}{50}$$

cuya resolucion da por resultado

$$R_1 = 61.8 \text{ T.} \quad R_2 = 100 \text{ T.}$$

La flecha producida por R_1 i R_2 en la mitad del 2.º tramo será

$$f = \frac{229(100 + 61.8)}{50} = 741.04$$

a la escala de 0.22527.

Las flechas producidas por las cargas en la mitad del 2.º tramo tienen por valor $f = 374$ a la escala de 0.11263
 $0.374 \times 2 = 748$ mm. a la escala de 0.22527.

La flecha verdadera será, pues

$$\frac{748 - 741.04}{0.22527} = 34.2 \text{ mm.}$$

La mayor flecha observada era 30 mm.

Método aproximativo

Siendo muy laborioso el método que acabamos de emplear, vamos a examinar la cuestión bajo otro punto de vista i mostrar que aun empleando un método con cargas i secciones de vigas ficticias se pueden obtener resultados que se acercan bastante a la realidad.

Asimilando la viga de seccion variable a otra de seccion constante i cargando el puente con cargas uniformes en todo el largo de un tramo, el problema se simplifica mucho i las deformaciones se calculan con suma facilidad.

Fórmula de las deformaciones

Consideremos un puente de un número indefinido de tramos continuos, i cargamos el tramo m de largo l_m con una carga uniforme p_m .

Siendo M_{m-1} i M_m los momentos de flexion frente a los apoyos $m-1$ i m e I_m el momento de inercia del tramo m , la flecha producida en la mitad del tramo será

$$f = \frac{l_m^3}{384 EI_m} (5p_m^2 + 24 (M_{m-1} + M_m)) \quad (1)$$

En cuanto a la flecha hácia arriba que producirá en el tramo siguiente $m+1$, la obtendremos por la fórmula

$$f = \frac{24p_{m+1}^2 (M_m + M_{m+1})}{384 EI_{m+1}}$$

(1) Véase Résal, *Pontes métalliques*, T. II, núm. 31, páj. 120.

Para la esplicacion de estas fórmulas trataremos de determinar previamente los valores convenientes de p e l .

Determinacion de P.—Hemos visto anteriormente que, en caso de un tramo aislado de 70 m. cargado con el tren de prueba, la curva de los momentos es GND con GD por base. Supongamos que en lugar de tomar las verdaderas cargas, adoptamos una carga uniforme que tenga el mismo momento máximo que las cargas aisladas. Esta hipótesis consiste en reemplazar la curva GND de los momentos por la parábola GN'D que tenga el mismo valor máximo.

Notando además que las deformaciones se deducen directamente de las superficies de los momentos, que son poco diferentes en los dos casos, se sigue que la sustitucion de las cargas uniformes por las cargas aisladas no dará gran diferencia en las deformaciones.

Estando cargado un solo tramo de 70 m. con el tren de prueba, compuesto de dos locomotoras i una série de carros, el momento máximo tiene por valor

$$M_m = 1.060,000 \text{ kg. m.}$$

correspondiente a una carga uniforme

$$P = \frac{1.060,000 \times 8}{70^2} = 1730 \text{ kgs.}$$

por metro lineal de viga.

Pero en el caso de que el tren de prueba cubra dos tramos continuos, el segundo tramo está cargado solamente con carros, dando en un tramo aislado de 70 metros el lugar de momentos B S C con B C por base, i

produciendo un momento máximo mucho más reducido que en el caso anterior. Así, el momento máximo correspondiente a este caso en un tramo aislado de 70 m. tiene por valor

$$M = 620,000 \text{ kg. m.}$$

Hai, pues, necesidad de considerar cargas uniformes diferentes para los dos tramos.

La carga uniforme que produce en el 2.º tramo, el mismo momento máximo que las cargas aisladas tiene por valor

$$p = \frac{620,000 \times 8}{702} = 1020.4 \text{ kg.}$$

por metro líneal de viga.

Estas serán las cargas uniformes que adoptaremos para los cálculos.

Determinacion de I_m

En cuanto al momento de inercia que conviene adoptar, es difícil tomar en cuenta todos los elementos, pues no solamente depende del valor absoluto i de la zona de acción, sino también de su posición respecto a los apoyos.

No nos alejaremos mucho de la realidad adoptando para cada tramo un momento de inercia diferente, que sea igual en cada caso a su valor medio. Siendo I el momento de inercia correspondiente a un largo l , i L el largo del tramo, admitiremos como valor medio del momento de inercia I_m en un tramo

$$I_m = \frac{\approx I l}{L}$$

Hemos indicado anteriormente los diferentes valores de I , es decir, I_1 , I_2 e I_3 dando el depurado los valores correspondientes de l , podremos, pues, calcular los valores de I_m que son:

para el 1.^{er} tramo:

$$I_{1m} = 0.48966$$

para el 2.^o tramo:

$$I_{2m} = 0.4547$$

para el 3.^{er} tramo:

$$I_{3m} = 0.44447$$

Habiendo determinado los elementos p e I_m podremos calcular las deformaciones por las fórmulas (1) i (2) que hemos adoptado.

Primer tramo cargado.—Flecha en el primer tramo

Se aplicará la fórmula (1).

Tenemos:

$$p = 1730 \text{ kg.}$$

$$l_m = 70.00$$

$$E = 1.8 \times 10^{10}$$

$$I_m = I_{1m} = 0.48967$$

$$M_{m-1} = M_0 = 0$$

$$M_{10} = M_1 = -\frac{p \cdot l_m^2}{15} = -\frac{1730 \times 70^2}{15} = -565133$$

kilógramos.

Tendremos:

$$f = \frac{70^{-2}(5 \times 1730 \times 70^{-2} - 24 \times 565133)}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.48967}$$

$$f = 0.0417 \text{ m.}$$

La mayor flecha observada era m. 0.0415 i la flecha calculada por el método gráfico era 44.8 mm.

Levantamiento o flecha hácia arriba del 2.º tramo

Se empleará la fórmula (2).

Tenemos:

$$M_{m-1} = M_1 = -565133$$

$$M_m = M_2 = \frac{pl^2}{60} = 141283$$

$$I_m = I_{2m} = 0.4547$$

$$f = \frac{-24 \times 70^{-2}(565133 - 141283)}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.4547} = \text{m. } 0.015$$

$$f = -\text{m } 0.015$$

Segundo tramo cargado, flecha en la mitad del 2.º tramo.

Tenemos:

$$M_{m-1} = M_m = M_1 = M_2 = -\frac{pl^2}{20} = -\frac{17.30 \times 70^{-2}}{20}$$

$$M_1 = M_2 = 423850 \text{ kg. m.}$$

$$f = \frac{70^{-2}(5 \times 17.30 \times 70^{-2} - 24 \times 2 \times 423850)}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.4547}$$

$$f = m \ 0.0337$$

La mayor flecha observada era 37 mm., i la flecha calculada por el método gráfico era mm. 38.1

Levantamiento del 1.º tramo

Tenemos:

$$M_{m-1} = M = 0 \quad M_m = M_1 = + 423850$$

$$f = \frac{24 \times 70^{-2} \times 423850}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.48967} = m \ 0.0142$$

Tercer tramo cargado

Tendremos

$$I_m = I_{3m} = 0.44447$$

$$M_{m-1} = M_2 = - \frac{P l^2}{15} = - \frac{1730 \times 70^2}{15} = 565133 \text{ kg. m.}$$

$$M_m = M_3 = 0$$

$$f = \frac{70^{-2}(5 \times 1730 \times 70^{-2} - 24 \times 565133)}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.44447}$$

$$f = m. \ 0.0459.$$

La mayor flecha observada era 44 mm.

Levantamiento del 2.º tramo

$$f = \frac{24 \times 70^{-2} (565133 - 141283)}{384 \times 1.8 \times 10^{10} \times 0.4547} = \text{m. } 0.015$$

Primero i segundo tramo cargados
simultáneamente

El primer tramo tiene una carga de 1.020 kg. i el segundo tramo una carga de 1.730 kg. por metro lineal de viga.

Tenemos ya las deformaciones producidas en el tramo primero i segundo por la carga de 1.730 kg. en el segundo tramo.

En cuanto a las deformaciones producidas por la carga de kg. 1,020.4 cubriendo el primer tramo, las obtendremos con la mayor facilidad observando que las flechas están en relacion directa con las cargas. Habiendo calculado las deformaciones producidas por la carga uniforme de 1,730 kg. en el primer tramo, tendremos para la carga de kg. 1,020.4 las deformaciones siguientes:
Flechas en la mitad del primer tramo:

$$f. = 41.7 \times \frac{1020.4}{1730} = \text{mm. } 24.7$$

Levantamiento del segundo tramo:

$$15 \text{ mm.} \times \frac{1020.4}{1730} = \text{mm. } 8.8$$

La carga uniforme de 1730 obrando en el segundo tramo produce:

En el primer tramo un levantamiento de mm. 14.2

En el segundo tramo una flecha de 33.7

Síguese que cargando los dos tramos simultáneamente con las cargas que hemos indicado, tendremos las flechas siguientes:

En el primer tramo

$$24.6 - 14.2 = \text{mm. } 10.4$$

En el segundo tramo

$$33.7 - 8.8 = \text{mm. } 24.9$$

Las flechas observadas eran respectivamente mm. 13.5 i 30 mm.

Carga sobre el segundo i el tercer tramo

La posición del tren de prueba indica que el segundo tramo tiene una carga de 1020.4 kg. i el tercer tramo una carga de 1730 kg.

La carga de 1020.4 produce en el tercer tramo un levantamiento:

$$25.6 \times \frac{1020.4}{1730} = \text{mm. } 9.2$$

La carga uniforme de 1730 kg. en el tercer tramo producirá una flecha de

$$45.9 - 9.2 = 36.7$$

La flecha observada era mm. 35.5.

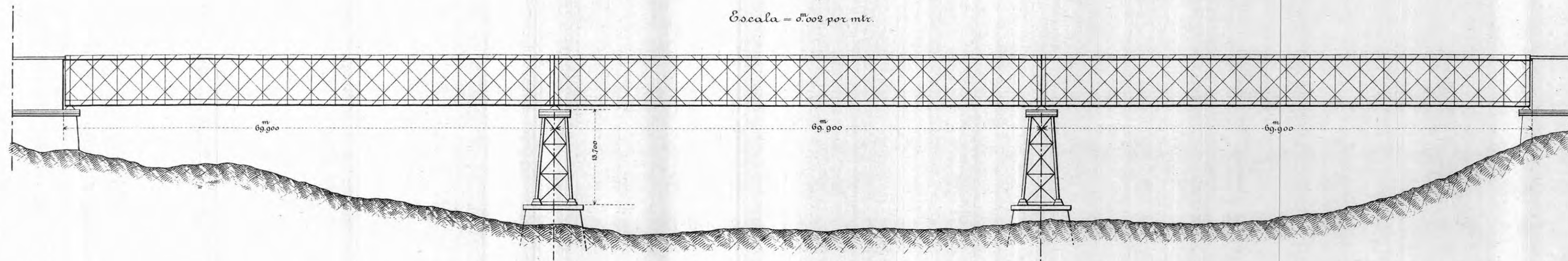
Se ve, pues, que jeneralmente las flechas calculadas, sea por el método gráfico o sea por el método aproximativo, se acercan bastante a las flechas observadas directamente en el momento de hacer las pruebas.

(Continuará)

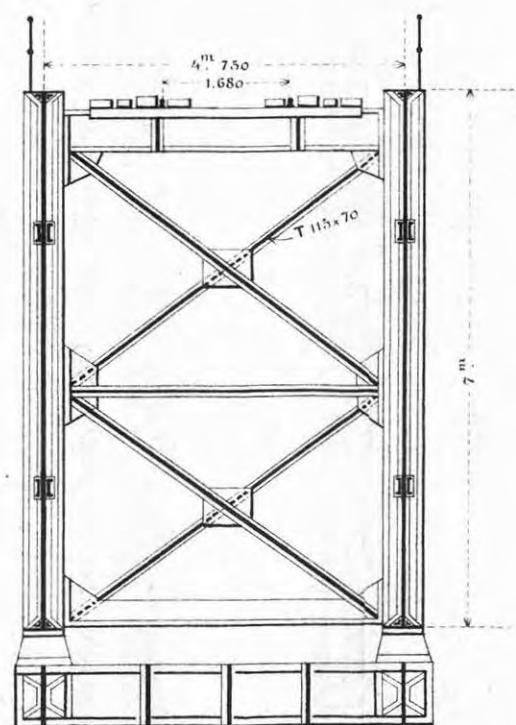
Puente Quillem

Elevacion General.

Escala = 0.^m002 por mtr.

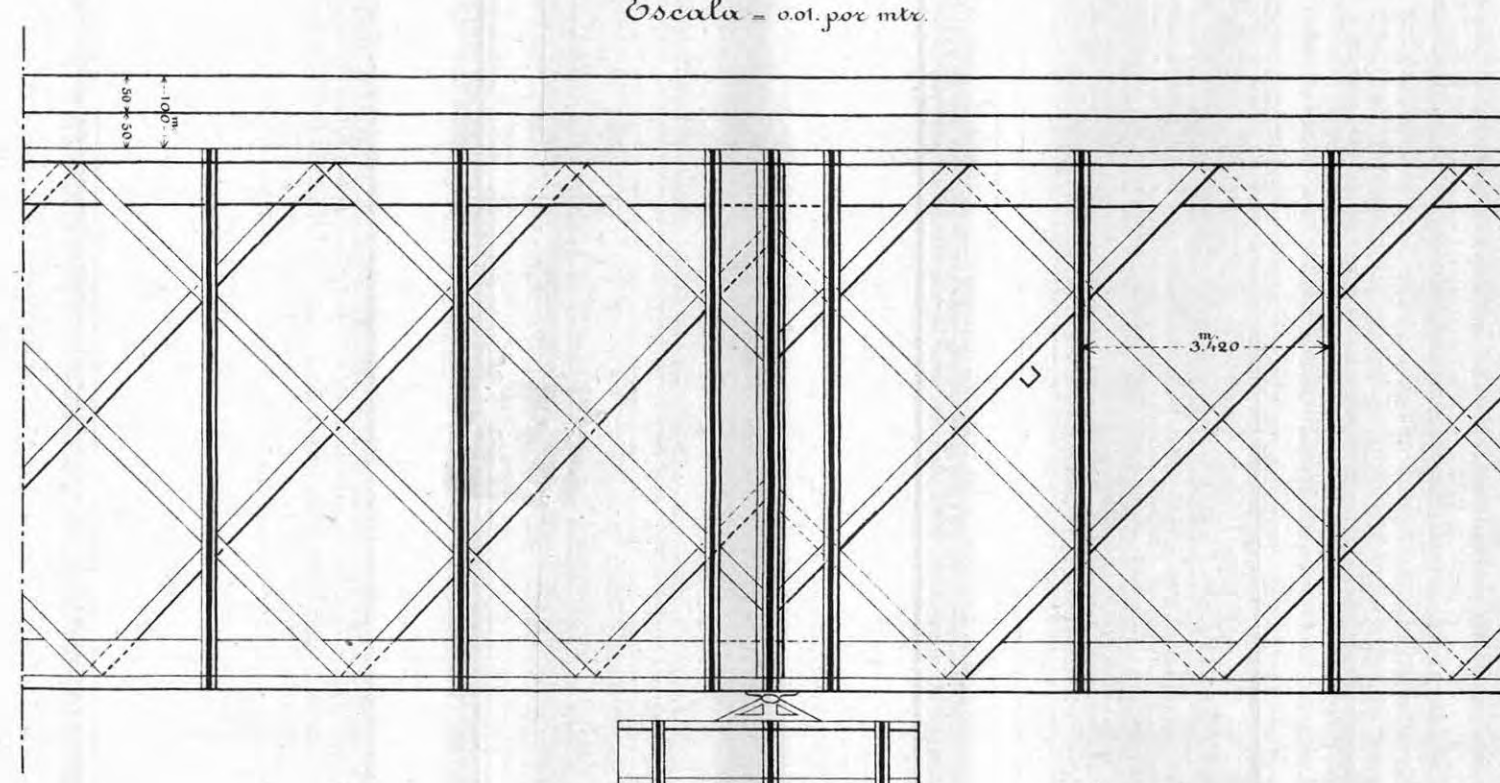


Corte trasversal



Elevacion en una pila.

Escala = 0.01. por mtr.



Detalles del machon

Escala = 1:30^m

