Tomo XIII 15 de Mayo Núm. 88

ANALES DEL INSTITUTO DE INJENIEROS

DETERMINACION

de las coordenadas jeográficas de algunas ciudades de la provincia de Aconcagua.

(Continuacion)

DETERMINACION DE LOS ERRORES DE UN INSTRUMENTO MERIDIANO I DE LAS CONSTANTES QUE ENTRAN EN LAS FÓRMULAS DE REDUCCION

Inclinacion

La inclinacion se obtiene directamente por medio del nivel cuando se conoce en segundos el valor de cada una de las divisiones del nivel.

Colimacion

La colimacion se puede determinar por medio de una escala cuyas divisiones estén espresadas en segundos, observando el número de divisiones que abarca el hilo medio en sus dos posiciones. A falta de una mira, se puede obtener la colimacion, observando una misma polar en las dos posiciones del instrumento, es decir, primero con el círculo al oeste, por ejemplo, i despues, con el círculo al este; se observará el paso de la estrella por el mismo hilo lateral.

Llamemos t_o i t_e la hora de los pasos de la misma estrella polar en las dos posiciones, con el lado-círculo al oeste, despues al este. Siendo d la declinacion de la estrella observada; la ascension recta la representaremos por A .

Hemos encontrado que la espresion que dá la ascension recta de una estrella, correjida de los errores instrumentales es:

$$\text{Círc. al O.}\quad A = t_o + \Delta t + b_o \frac{\cos(\phi - d)}{\cos d} + K_o \frac{\text{sen}(\phi - d)}{\cos d} + (c_o - x)\frac{1}{\cos d}$$

$$\text{Círc. al E.}\quad A = t_e + \Delta t\, b_e \frac{\cos(\phi - d)}{\cos d} + K_e \frac{\text{sen}(\phi - d)}{\cos d} + (c_e - x)\frac{1}{\cos d};$$

o mas bien:

$$\text{Círc. al O.}\quad A = t_o + \Delta t + \left((b_o \cos(\phi - d + K_o\, sen(\phi\ d) + (c_o - x)\right) \sec d$$

$$\text{Cír. al E.}\quad A = t_e + \Delta t + \left(b_e \cos(\phi - d) + K_e \,\text{sen}(\phi - d) + (c_e - x)\right) \sec d;$$

si c espresa la colimacion para el lado oeste del círculo $c = c_o$, $c_e = -c$. Restemos miembro a miembro, se tendrá:

$$(1)\ldots\ c = \frac{t_e - t_o}{2}\cos d + \frac{b_e - b_o}{2}\cos(\phi - d) + \frac{K_e - K_o}{2}\text{sen}(\phi - d)$$

Esta fórmula nos permite calcular la colimacion cada vez que se practiquen observaciones i reconocer si este valor permanece constante o varia por alguna influencia.

Azimut

Para determinar el azimut K se observará una estrella polar i algunas ecuatoriales. Anteriormente obtuvimos por (4) los valores de n i m; los que se espresan en funcion de b, K i ϕ son:

$$n = b \operatorname{sen} \phi - K \cos \phi$$

$$m = b \cos \phi + K \operatorname{sen} \phi$$

Si en la fórmula (E) efectuamos los desarrollos de los senos i cosenos de las diferencias, la fórmula se transformará así:

$$A = T + \Delta t + b \frac{\cos \phi \cos d + \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} d}{\cos d} +$$

$$K \frac{\operatorname{sen} \phi \cos d - \cos \phi \cos d}{\cos d} + (c - x) \sec d$$

$$A = T + \Delta t + b \cos \phi + b \operatorname{sen} \phi \operatorname{tanj} d + K \operatorname{sen} \phi - K \cos \phi \operatorname{tanj} d + (c - x) \sec d,$$

$$A = T + \Delta t + \operatorname{tanj} d \,(b \operatorname{sen} \phi - K \cos \phi) + b \cos \phi + K \operatorname{sen} \phi + (c - x) \sec d;$$

Reemplacemos ahora la espresion entre paréntesis, por n, i b cos ϕ + K sen ϕ por m;

(F)... $$A = T + \Delta t + n \operatorname{tanj} d + m + (c - X) \sec d.$$

Representemos por $(A - T)_m$, el término medio de A — T, para algunas estrellas cuya declinacion es pequeña, en este caso podremos desechar el término n tanj d i hacer sec $d = 1$, i se tendrá:

$$(A - T_m) = \Delta t + m + (c - x).$$

Sea ahora, $(A - T)_p$ el valor correspondiente a una estrella polar de declinacion d; tenderemos igualmente:

$(A - T)_p = \triangle t + m + n \tanj d + (c - x) \sec d$; si restamos

miembro a miembro estas dos ecuaciones, tendremos que el valor de n, será:

$$(A - T)_p - (A + T)_m = \tanj d + (c - x) \sec d - (c - x)$$

$$(A - T)_p - (A - T)_m = {}_m\tanj d + (c - x) \ (\sec d - 1)$$

$$(G)\ldots \quad n = \frac{(A - T)_p - (A - T)_m}{\tanj d} - (c - x) \ \frac{\sec d - 1}{\tanj d};$$

Una vez obtenido el valor n, se obtendrá el valor del azimut K, i del témino constante m, de este modo; volvamos a tomar las ecuaciones:

(1)... $m = b \cos \emptyset + K \operatorname{sen} \emptyset$, i

(2)... $n = b \operatorname{sen} \emptyset - K \cos \emptyset$; de la segunda obtendremos:

$$K \cos \emptyset = b \operatorname{sen} \emptyset - n, \text{ i}$$

(3)... $K = b \tanj \emptyset - n \sec \emptyset$; esta ecuacion nos dará el azimut. Reemplacemos el valor K, que acabamos de obtener en (1) i se obtendrá:

$$m = b \cos \emptyset + \operatorname{sen} \emptyset \ (b \tanj \emptyset - n \sec \emptyset)$$

$$n = b \cos \emptyset + b \frac{\operatorname{sen}^2 \emptyset}{\cos \emptyset} - n \frac{\operatorname{sen} \emptyset}{\cos \emptyset},$$

$$m = b \frac{\cos^2 \emptyset + \operatorname{sen}^2 \emptyset}{\cos \emptyset} - n \tanj \emptyset$$

(4)... $$m = b \frac{1}{\cos \emptyset} - n \tanj \emptyset; \quad \text{o tambien}$$

$$m = \sec \emptyset - n \tanj \emptyset$$

Reuniendo las fórmulas que nos dan el azimut i el valor de la constante m, tendremos:

$$\text{Azimut...}\quad \left.\begin{array}{l} K = b \tan j\, \phi - n \sec \phi \\ m = b \sec \phi - n \tan j\, \phi \end{array}\right\} \text{...(H)}$$

De este modo conoceremos el valor de las constantes que entran en la fórmula (F). Si en dicha fórmula hacemos;

$$I = m + n \tan j\, d + (c - x) \sec d\text{, se convertirá en:}$$

$$A = T + \triangle t + I \text{......} \quad \text{(I)}$$

De aquí deducimos que la correccion del reloj $\triangle t$, se obtiene restando a la ascencion recta de la estrella, el tiempo que marcaba el reloj, a su paso por el meridiano instrumental mas las sumas de las correcciones, es decir, se tiene:

$$\triangle t = A - (T + I) \text{ o, haciendo } T + I = T_e$$

$$\triangle t = A - T_e.$$

Si el instrumento está bien correjido i las observaciones se hacen bien i ademas, los valores de las constantes son bien determinadas, se encontrarán para $\triangle t$, en una série de observaciones, cantidades que difieren un poco una de otras.

DISTANCIAS DE LOS HILOS AL HILO MEDIO

La línea visual del anteojo está determinada por la línea que pasa por el centro del objetivo i de la cruz filar. El hilo vertical representa el meridiano, es sobre este hilo donde se observan los pasos; pero, a fin de dar mas exactitud a la observacion, se observa el paso de la estrella por una série de hilos verticales situados en uno i otro lado del hilo meridiano i para que los pasos puedan observarse en los mismos puntos de los hilos, se introduce un hilo horizontal i se hacen las observaciones en la proximidad de este hilo.

La posicion horizontal se consigue haciendo pasar a lo largo de él, una estrella ecuatorial hasta que no se desvie de este hilo en su trayectoria por el anteojo, se entiende que el anteojo en esta observacion, está en el meridiano; si no recorre bien el hilo, se moverá convenientemente el diafragma que contiene el retículo, por medio de los tornillos de correccion, hasta que esta condicion se verifique.

Si las distancias de los hilos al hilo medio a ámbos lados son iguales entre sí, el término medio de las observaciones dará el tiempo del paso por el hilo medio. Sucede ordinariamente que estas distancias no son iguales, pero de la hora anotada del paso de una estrella por cada uno de estos hilos, se puede deducir el tiempo del paso por el hilo medio; las diferencias que resulten de las reducciones del hilo medio, permitirán apreciar la bondad de las observaciones. Será, pues, necesario conocer el medio de reducir las observaciones practicadas en los hilos laterales para deducir la hora del paso por el hilo medio. Necesitaremos entonces conocer las distancias de cada uno de los hilos al hilo medio; veamos cómo se determinan essas distancias:

Llamemos f esta distancia, que es el ángulo comprendido entre las líneas que del centro del objetivo van a los dos hilos. Hemos encontrado anteriormente que:

$$(1)\ldots \qquad \text{sen}\,(\text{T}-\text{m})\cos \text{n} = \text{sen tanj}\, d + \text{sen c sec}\, d$$

Si la observacion se ha hecho en un hilo lateral, cuya distancia es f—el ángulo que forma la línea determinada por este hilo i el centro del objetivo, con el lado del eje vuelto al círculo, será $90° + \text{c} + f$, en la cual f, tiene el signo positivo si la estrella llega al hilo lateral ántes que el hilo medio i negativo en el caso contrario. Designemos por T' el ángulo horario oriental de la estrella en el momento de su paso por el hilo lateral, tendremos igualmente:

$$(2)\ldots \qquad \text{sen}\,(\text{T}-\text{m})\cos \text{n} = \text{sen n tanj}\, d + \text{sen}\,(\text{c}+f)\,\text{sec}\, d$$

restando de esta fórmula la (1), se tiene:

$$(3)\ldots \qquad 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(T - T') \cos\left(\tfrac{1}{2}(T' + T) - m\right) \cos n =$$

$2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} f \cos (c + \tfrac{1}{2} f) \sec d$; como el instrumento estará correjida de modo que c, n i m sean cantidades pequeñas, se podrá reemplazar la fórmula (3) por la siguiente fórmula aproximada, designando el tiempo $T - T'$ por t.

$$(4)\ldots \qquad \operatorname{sen} t = \operatorname{sen} f \sec d$$

Esta fórmula se aplicará cuando se trate de estrellas circumpolares para las cuales sec d, toma un valor mui grande.

Para estrellas mas alejadas del polo, se tomará solamente:

$$(5)\ldots \qquad t = f \sec d.$$

Por medio de la fórmula (4) se obtendrá la distancia los hilos, anotando los pasos de una polar.

El teodolito que nos ha servido para nuestras observaciones, tiene tres hilos verticales; veamos como se ha determinado la distancia ecuatorial de ellos.

El dia 22 de Febrero de 1897 se observó en Ligua la polar 3274 de Lacaille en su pasaje superior i se obtuvieron los pasajes siguientes por los hilos.

Lado circ. I	Medio II	III
h. m. s.	h. m. s.	h. m. s.
7. 18. 4,5	7. 22. 49,0	7. 26. 52,5

Las diferencias de tiempo eran por consiguiente:

	I-III	II-III
	m. s.	m. s.
En tiempo	4. 44,45	4. 3,50
En arco	1° 11′ 11″,75	1° 0′ 52″,5

La declinacion de la estrella para ese dia, era:

$d = 86° \; 52' \; 1'',00$; luego tendremos:

$f =$ sen t cos d ; para los hilos I-II al lado círculo,

$$t'' = 1° \; 11' \; 11'',75$$

$$\begin{aligned} \log \text{sen } 1° \; 11' \; 11'',75 &= \overline{2},3161497 \\ + \log \cos 86° \; 52' \; 1'',00 &= \overline{2},7376290 \\ \hline \log f &= \overline{3},0537787 \end{aligned}$$

Aquí el valor del logaritmo f está espresado en partes del radio; para espresarlos en segundos de arco, será necesario sumarlo con log 206265 = 5,3144251 i se obtendrá:

$$\begin{aligned} & \overline{3},0537787 \\ & + 5,3144251 \\ \hline \log f = & \; 2,3681938 \end{aligned}$$

$f = 233'',45 = \overset{s.}{15},563$ i así, distancia ecuatorial de

$$\text{I-II} = \overset{s.}{15},563$$

Para la distancia II-II, se tendrá:

$$\begin{aligned} \log \text{sen } 1° \; 0' \; 52'',50 &= \overline{2},2481423 \\ + \log \cos 86° \; 52' \; 1,00 &= \overline{2},7376290 \\ \hline & \overline{4},9857713 \\ & + 5,3144251 \\ \hline \log f &= 2,3001964 \end{aligned}$$

$f = 199'',62 = \overset{s.}{13},308$; luego distancia ecuatorial de II-III $= \overset{s.}{13}.308$.

Calculando de este modo, despues de una série de observaciones, hemos obtenido:

Valor medio

Distancia ecuatorial	Distancia ecuatorial
I-II $= \overset{s.}{15},725$	II-III $= \overset{s.}{13},216$

(*Continuará*)