NUEVA FÓRMULA DE BAZIN

PARA EL CÁLCULO DE LOS CAUCES DESCUBIERTOS O CERRADOS SIN PRESION

Una corriente de agua puede escurrirse: en un cauce descubierto, en un cauce cerrado sin presion o en un cauce cerrado bajo presion.

Este último caso se estudia mediante las fórmulas conocidas, entre las cuales merece especial confianza la del señor Flamant publicada en los «Anales de Puentes i Calzadas» de Francia en Diciembre de 1892 i en el «Curso de Hidráulica» del mismo autor, 1891.

El presente estudio está dedicado a resumir las notables innovaciones introducidas por el señor Bazin en el cálculo del escurrimiento del agua en conductos abiertos o cerrados sin alcanzar a estar bajo presion.

Cuando el agua corre en cauces de tal naturaleza, el cálculo del gasto i demas elementos relativos se hace por las fórmulas fundamentales:

$$Q = \Omega \; U$$

$$R \; I = b \; U^2$$

cuyos elementos tienen la siguiente significacion:

Q = Gasto.

Ω = Superficie de la seccion mojada.

U = Velocidad media del agua.

R = Radio medio de la seccion mojada i cuyo valor es $\frac{\Omega}{\chi}$, siendo χ el perímetro mojado.

I = Pendiente del cauce.

b = Un coeficiente numérico que depende de la forma de la seccion i de la naturaleza de las paredes.

La avaluacion del coeficiente b no puede hacerse sino por la esperiencia i todos los valores o fórmulas dados con tal objeto, no son en realidad sino la representacion mas o ménos exacta de los resultados de las esperiencias hechas por el autor.

De aquí la gran diverjencia que se nota en los valores atribuidos a b por los diversos autores i el peligro de llegar a resultados erróneos por la aplicacion de fórmulas particulares a casos que se presentan en condiciones diversas a las que sirvieron de base a las esperiencias que representan la fórmula de que se hace uso.

Conviene, pues, abandonar las espresiones de b que no presentan un carácter de suficiente jeneralidad, limitándose únicamente al empleo de aquellas que inspiren plena confianza.

Estas observaciones, entre otras, han conducido al señor Bazin a proponer un nuevo valor de b, en un artículo publicado en los «Anales de Puentes i Calzadas» el año 1897—4.º trimestre.

El procedimiento que este autor emplea para establecer la nueva fórmula de que se trata i el gran número de esperiencias de cuyo resultado se ha servido, permite esperar que se llegará en la práctica a resultados suficientemente exactos.

Deseando que el conocimiento de esta fórmula se jeneralice i teniendo en cuenta que no siempre se tienen a la mano los «Anales de Puentes i Calzadas», estractamos a continuacion, en su parte pertinente, el artículo citado.

Debemos advertir que las tablas que se insertan al fin de este trabajo son la copia exacta de las publicadas por el señor Bazin i han sido cuidadosamente revisados a fin de evitar todo error tipográfico.

Terminaremos el presente estudio con tres ejemplos, relativos: el primero a un cauce de tierra; el segundo a un colector de alcantarillado del tipo existente en la ciudad de Iquique; i el tercero a un canal, tal como el del Mapocho.

Despues que los trabajos de Darcy pusieron en claro la influencia ejercida sobre el gasto de un canal por la naturaleza de sus paredes, se han propuesto una série de fórmulas para representar el conjunto de los nuevos resultados.

Partiendo de la ecuacion

$$R\ I = b\ U^2$$

el señor Bazin («Anales de Puentes i Calzadas» de 1871) habia demostrado que los valores monomios de b no podian, en razon de su excesiva sencillez, ser empleados de una manera jeneral. Propuso, en consecuencia, dar a b una espresion binomia

$$b = \alpha + \frac{\beta}{R} \tag{1}$$

la cual hace aquel coeficiente dependiente tambien del radio medio.

Por otra parte, esta fórmula es la misma que habia adoptado Darcy, despues de sus esperiencias llevadas a cabo en 1850 sobre tubos de conduccion de agua.

Sin embargo, esa espresion de b, conveniente para tubos, en razon de la constancia de su perfil trasversal i de la pequeñez relativa del coeficiente β, se aplica ménos bien a canales descubiertos, en los que la diversidad del perfil i de la naturaleza de las paredes, hace variar α i β entre límites mucho mas estensos.

A pesar de esto, el señor Bazin habia conservado aquella forma, distinguiendo cuatro categorías de paredes i atribuyendo a α i β, en cada caso, valores especiales, a saber:

1.ª categoría: paredes mui lisas..... $b=0{,}00015\left(1+\frac{0{,}03}{R}\right)$

2.ª » » lisas........ $b=0{,}00019\left(1+\frac{0{,}07}{R}\right)$

3.ª » » poco lisas.... $b=0{,}00024\left(1+\frac{0{,}25}{R}\right)$

4.ª » » de tierra..... $b=0{,}00028\left(1+\frac{1{,}25}{R}\right)$

Como se ve, estos valores de b corresponden a la espresion (1), en la cual se ha sacado factor comun a α:

$$b=\alpha\left(1+\frac{\beta}{\alpha . R}\right)$$

i haciendo

$$\frac{\beta}{\alpha}=\gamma$$

$$b=\alpha\left(1+\frac{\gamma}{R}\right)$$

Posteriormente, el señor Bazin ha continuado sus estudios al respecto i ha podido convencerse de que la forma (1) del valor de b no es satisfactoria. En efecto, ella no prevé ninguna relacion entre α i β, coeficiente este último que crece mui rápidamente con la rugosidad de las paredes; por otra parte, si se supone el radio medio R indefinidamente creciente, el límite de b seria diferente para cada especie de paredes. Esta última observacion es sobre todo de importancia por cuanto parece que, al aumentar las dimensiones de un canal, las desigualdades de sus paredes deberian ir teniendo ménos influencia i por consiguiente los valores de b para todas las categorías deberian aproximarse progresivamente, converjiendo hácia un límite comun.

Si se conserva para b la espresion (1) no se puede encontrar entre α i β una relacion sencilla; este resultado se consigue mucho mas fácilmente, reemplazando b i R por sus raices cuadradas que varian ménos rápidamente, i estableciendo:

$$\sqrt{b}=\alpha+\frac{\beta}{\sqrt{R}} \tag{2}$$

Se puede entónces obtener una aproximacion suficiente admitiendo que α quede constante, de manera que los valores de b para los diversos estados de la pared converjan todos hácia el límite α; queda, pues, β como único coeficiente variable i seria él el característico del grado de rugosidad de la pared.

La fórmula (2) para el valor de b es análoga a la adoptada por los señores Ganguillet i Kutter desde 1869; estos esperimentadores han propuesto una espresion complicada i a pesar de esto, de uso frecuente:

$$\sqrt{b} = \frac{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{I}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}}{23 + \frac{0,00155}{I} + \frac{1}{n}}$$

En esta fórmula se hace depender a b no solo del radio medio i de la rugosidad de las paredes, representada por el coeficiente n, sino ademas de la pendiente I; esto último con el objeto de abarcar algunos resultados escepcionales de las esperiencias de Humphreys i Abbot en el Mississipi.

Esta fórmula ademas de su complicacion, no representa fielmente la mayoría de las esperiencias realizadas, como lo hace ver el señor Bazin.

Este esperimentador trata de fijar el valor cosntante del coeficiente α de la fórmula (2) i los valores de β variables con la naturaleza de las paredes, partiendo de los resultados de un gran número de esperiencias ejecutadas en Europa i América. Con este objeto agrupa esas esperiencias en seis categorías, i representa gráficamente los resultados que corresponden a cada una de ellas.

Este gráfico se construye tomando como ordenados los valores de $\sqrt{b}$ i como abscisas los de $\frac{1}{\sqrt{R}}$; este último valor es un dato que resulta de las dimensiones del cauce en que se practica la esperiencia i el de $\sqrt{b}$ se deduce de la esperiencia misma por la fórmula:

$$R\ I = b\ U^2$$

de donde

$$\sqrt{b} = \frac{\sqrt{R\ I}}{U}$$

En el segundo miembro todo es conocido por cuanto R, como hemos dicho, es dado; I se determina por una nivelacion i la velocidad U se mide por uno de los procedimientos aplicables a tal objeto.

De esta manera, a cada esperiencia corresponderá un punto del gráfico i todos los puntos dados por las esperiencias que pertenecen a una misma categoría, quedarán comprendidos dentro de una zona. Si se traza una recta que divida racionalmente a esa zona, se podrá considerar a dicha recta como el lugar jeométrico medio aproximado de los puntos de que se trata.

Ahora bien, en la fórmula (2)

$$\sqrt{b} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{R}}$$

llamando

$$\sqrt{b} = y$$

$$\frac{1}{\sqrt{R}} = x$$

queda

$$y = \alpha + \beta\, x$$

ecuacion de la recta cuyo coeficiente angular es β, recta que se construye por el procedimiento aproximado indicado mas arriba.

Dibujados los gráficos para las seis categorías de paredes i construidas las seis rectas correspondientes, los coeficientes angulares de estas rectas nos darán los valores de β que deberán aplicarse a los diferentes casos.

El señor Bazin ha encontrado, ademas, que conviene dar a α un valor constante, como hemos dicho, e igual a

$$\alpha = 0,0115$$

resultando, entónces, para β valores variables entre 0,0007 para paredes mui lisas i 0,0150 para paredes de tierra, alcanzando el valor 0,0201 para los cauces de tierra con resistencias escepcionales.

Volvamos a la fórmula (2)

$$\sqrt{b} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{R}}$$

sacando de ella factor comun a α, nos queda:

$$\sqrt{b} = \alpha \left(1 + \frac{\beta}{\alpha . \sqrt{R}} \right)$$

i siendo, como se ha dicho, α un factor constante, podremos sentar

$$\frac{\beta}{\alpha} = \gamma;$$

quedando la fórmula en la forma siguiente:

$$\sqrt{b} = \alpha \left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}} \right)$$

o bien, aceptando para α el valor

$$\alpha = 0,0115$$

$$\sqrt{b} = 0,0115 \left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}} \right)$$

Los valores de γ se deducen, pues, de los de β, i resultan así, para las diversas clases de paredes consideradas, las cifras que van a continuacion:

Categoría N.° 1.—Paredes mui lisas (cemento, madera acepillada, etc.) $\gamma = 0,06$

Categoría N.° 2.—Paredes lisas (planchas, ladrillos, piedras talladas, etc.) .... $\gamma = 0,16$

Categoría N.° 3.—Paredes de albañilería de bolones.................. $\gamma = 0,46$

Categoría intermediaria N.° 3 bis.—Comprende paredes de naturaleza mista, secciones en tierra mui regulares o revestida de enrocados, etc........ $\gamma=0,85$

Categoría N.° 4.—Canales en tierra en las condiciones ordinarias....... $\gamma=1,30$

Categoría N.° 5.—Canales en tierra que presentan una resistencia escepcional.. $\gamma=1,75$

Si queremos ahora introducir la nueva espresion de b en la fórmula fundamental

$$R\ I=b\ U^2$$

obtendremos:

$$\sqrt{b}=\frac{\sqrt{R\ I}}{U}$$

$$\frac{\sqrt{R\ I}}{U}=0,0115\left(1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right) \tag{3}$$

o bien

$$U=\frac{87\ \sqrt{R\ I}}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \tag{4}$$

una de las fórmulas (3) o (4) combinada con la

$$Q=\Omega\ U \tag{5}$$

nos permiten hacer el estudio de un cauce descubierto o cubierto sin presion.

El señor Bazin, para facilitar el empleo de estas fórmulas, ha calculado los valores de

$$\sqrt{b}=\frac{\sqrt{R\ I}}{U}$$

i ademas de esta espresion invertida, para radios medios R comprendidos entre 0,05 m. i 20,00 m. i para las diversas categorías de paredes que distingue, formando así las tablas que van a continuacion.

TABLA DE LOS VALORES DE $\frac{\sqrt{RI}}{U}$ I DE $\frac{U}{\sqrt{RI}}$ CALCULADOS CON LAS FÓRMULAS

$$U=\frac{87\sqrt{RI}}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \quad \text{I} \quad \frac{\sqrt{RI}}{U}=0{,}0115\left(1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right)$$ PARA LAS SEIS CATEGORÍAS DE PAREDES

Categoría N.° 1. — $\gamma=0{,}06$ — Paredes mui lisas (cemento, madera acepillada, etc.)
Categoría N.° 2 — $\gamma=0{,}16$ — Paredes lisas (tablas, ladrillos, piedra canteada, etc.)
Categoría N.° 3 — $\gamma=0{,}46$ — Paredes de albañilería de bolones.
Categoría N.° 3 bis — $\gamma=0{,}85$ — Paredes de naturaleza mista (secciones en tierra mui regulares, acequias revestidas de empedrado, etc.)
Categoría N.° 4 — $\gamma=1{,}30$ — Canales de tierra en condiciones ordinarias.
Categoría N.° 5 — $\gamma=1{,}75$ — Canales de tierra que presentan una resistencia escepcional (fondos de guijarros, paredes cubiertas de yerbas, etc.)

Radios medios R	VALORES DE $\frac{\sqrt{RI}}{U}$						VALORES DE $\frac{U}{\sqrt{RI}}$					
	Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5	Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5
m.												
0,05	0,0146	0,0197	0,0352	0,0552	0,0784	0,1015	68,5	50,7	28,4	18,1	12,8	9,9
6	143	190	331	514	725	937	69,8	52,6	30,2	19,4	13,8	10,7
7	141	185	315	484	680	876	70,9	54,2	31,7	20,6	14,7	11,4
8	139	180	302	461	644	827	71,8	55,6	33,1	21,7	15,5	12,1
9	138	176	291	441	613	786	72,5	56,7	34,4	22,7	16,3	12,7
0,10	137	173	282	424	588	751	73,1	57,7	35,5	23,6	17,0	13,3
11	136	170	274	410	566	722	73,6	58,7	36,5	24,4	17,7	13,9
12	135	168	268	397	547	696	74,1	59,5	37,4	25,2	18,3	14,4
13	134	166	262	386	530	673	74,6	60,2	38,2	25,9	18,9	14,9
14	133	164	256	376	515	653	75,0	60,9	39,0	26,7	19,4	15,3
0,15	0,0133	0,0163	0,0252	0,0367	0,0501	0,0635	75,3	61,5	39,7	27,2	19,9	15,8
16	132	161	247	359	489	618	75,6	62,1	40,5	27,8	20,4	16,2
17	132	160	243	352	478	603	75,9	62,7	41,2	28,4	20,9	16,6
18	131	158	240	345	467	589	76,2	63,2	41,8	29,0	21,4	17,0
19	131	157	236	339	458	577	76,5	63,6	42,4	29,5	21,8	17,3
20	130	156	233	334	449	565	76,7	64,1	42,9	30,0	22,3	17,7
21	130	155	230	328	441	554	76,9	64,5	43,5	30,5	22,7	18,1
22	130	154	228	323	434	544	77,1	64,9	44,0	30,9	23,1	18,4
23	129	153	225	319	427	535	77,3	65,2	44,4	31,4	23,4	18,7
24	129	153	223	315	420	526	77,5	65,5	44,8	31,8	23,8	19,0

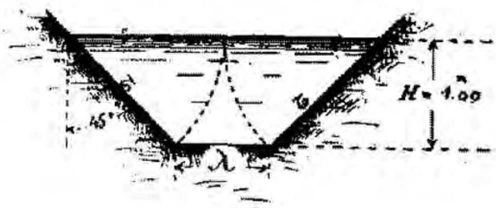
Radios medios R	Valores de $\frac{\sqrt{RI}}{U}$ Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5	Valores de $\frac{U}{\sqrt{RI}}$ Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5
m.												
0,25	0,0129	0,0152	0,0221	0,0310	0,0414	0,0518	77,6	65,9	45,3	32,2	24,2	19,8
26	129	151	219	307	408	510	77,8	66,2	45,7	32,6	24,5	19,6
27	128	150	217	303	403	502	78,0	66,5	46,1	33,0	24,8	19,9
28	128	150	215	300	397	495	78,1	66,8	46,5	33,4	25,2	20,2
29	128	149	213	297	393	489	78,3	67,0	46,9	33,7	25,5	20,5
30	128	149	211	293	388	482	78,4	67,3	47,3	34,1	25,8	20,7
31	128	148	210	291	383	476	78,5	67,6	47,6	34,3	26,1	21,0
32	127	148	209	288	379	471	78,6	67,8	47,9	34,7	26,4	21.2
33	127	147	208	285	375	465	78,8	68,0	48,2	35,1	26,7	21,5
34	127	147	206	283	371	460	78,9	68,2	48,5	35,4	26,9	21,7
0,35	0,0127	0,0146	0,0204	0,0280	0,0368	0,0455	79,0	68,4	48,8	35,7	27,2	22,0
36	127	146	203	278	364	450	79,1	68,6	49,2	36,0	27,5	22,2
37	126	145	202	276	361	446	76,2	68,8	49,5	36,3	27,7	22,4
38	126	145	201	274	357	441	79,2	69,0	49,8	36,6	28,0	22,7
39	126	144	200	272	354	437	79,3	69,2	50,1	36,8	28,2	22,9
40	126	144	199	270	351	433	79,4	69,4	50,4	37,1	28,5	23,1
41	126	144	199	268	349	429	79,5	69,6	50,6	37,4	28,7	23,3
42	126	143	197	266	346	426	79,6	69,7	50,9	37,6	28,9	23,5
43	126	143	196	264	343	422	79,7	69,9	51,1	37,9	29,2	23,7
0,44	0,0125	0,0143	0,0195	0,0262	0,0340	0,0418	79,7	70,1	51,4	38,1	29,4	23,9
45	125	142	194	261	338	415	79,8	70,2	51,6	38,4	29,6	24,1
46	125	142	193	259	335	412	79,9	70,4	51,8	38,6	29,8	24,3
47	125	142	192	258	333	409	80,0	70,5	52,0	38,8	30,0	24,5
48	125	142	191	256	331	405	80,0	70,6	52,3	39,1	30,2	24,7
49	125	141	191	255	329	403	80,1	70,8	52,5	39,3	30,4	24,8
50	125	141	190	253	326	400	80,2	70,9	52,7	39,5	30,6	25,0
0,55	0,0124	0,0140	0,0186	0,0247	0,0317	0,0386	80,4	71,5	53,7	40,6	31,6	25,9
60	124	139	183	241	308	375	80,7	72,1	54,6	41,4	32,5	26,7
65	124	138	181	236	300	365	80,9	72,6	55,4	42,3	33,3	27,4
70	123	137	178	232	294	356	81,1	73,0	56,1	43,1	34,1	28,1
75	123	136	176	228	288	347	81,3	73,4	56,8	43,9	34,8	28,8
80	123	136	174	224	282	340	81,5	73,8	57,4	44,6	35,5	29,4
85	122	135	172	221	277	333	81,7	74,1	58,0	45,2	36,1	30,0
90	122	134	171	218	273	327	81,8	74,4	58,6	45,9	36,7	30,6
95	122	134	169	215	267	321	81,9	74,7	59,1	46,5	37,3	31,1
1,00	122	133	168	213	265	316	82,0	75,0	59,6	47,0	37,8	31,6
1,10	0,0122	0,0133	0,0165	0,0208	0,0258	0,0307	82,2	75,4	60,5	48,0	38,8	32,6
1,20	121	132	163	204	251	299	82,4	75,9	61,3	48,9	39,7	33,5

Radios medios R	VALORES DE $\frac{\sqrt{RI}}{U}$						VALORES DE $\frac{U}{\sqrt{RI}}$					
	Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5	Categoría número 1	Categoría número 2	Categoría número 3	Categoría número 3 bis	Categoría número 4	Categoría número 5
m.												
1,30	0,0121	0,0131	0,0161	0,0201	0,0246	0,0291	82,6	76,3	62,0	49,8	40,6	34,3
1,40	121	131	160	198	241	285	82,8	76,3	62,6	50,6	41,4	35,1
1,50	121	130	158	195	237	279	82,9	76,9	63,2	51,3	42,2	35,8
1,60	120	130	157	192	233	274	83,0	77,2	63,8	52,0	42,9	36,5
1,70	120	129	156	190	230	269	83,1	77,5	64,3	52,6	43,6	37,1
1,80	120	129	154	188	226	265	83,2	77,7	64,8	53,2	44,2	37,7
1,90	120	128	153	186	223	261	83,3	77,9	65,2	53,8	44,8	38,3
2,00	120	128	152	184	221	257	83,4	78,1	65,6	54,3	45,3	38,9
2,20	0,0120	0.0127	0.0151	0.0181	0.0216	0.0251	83,6	78,5	66,4	55,3	46,4	39,9
40	119	127	149	178	212	245	83,7	78,8	67,1	56,2	47,3	40,8
60	119	126	148	175	208	240	83,8	79,1	67,7	57,0	48,1	41,7
80	119	126	147	173	204	235	83,9	79,4	68,2	57,7	48,9	42,5
3,00	119	126	146	171	201	231	84,0	79,6	68,7	58,3	49,7	43,3
20	119	125	145	170	199	227	84,1	79,8	69,2	58,9	50,4	44,0
40	119	125	144	168	196	224	84,2	80,0	69,6	59,5	51,0	44,6
60	119	125	143	167	194	221	84,3	80,2	70,0	60,1	51,6	45,2
80	119	124	142	165	192	218	84,4	80,4	70,4	60,6	52,2	45,8
4,00	118	124	141	164	190	216	84,4	80,5	70,7	61,0	52,7	46,4
4,50	0.0118	0.0124	0.0140	0.0161	0.0186	0.0210	84,6	80,9	71,5	62,1	53,9	47,6
5,00	118	123	139	159	182	205	84,7	81,2	72,1	63,0	55,0	48,8
5,50	118	123	138	157	179	201	84,8	81,4	72,7	63,8	56,0	49,8
6,00	118	123	137	155	176	197	84,9	81,6	73,2	64,6	56,8	50,7
6,50	118	122	136	153	174	194	85,0	81,8	73,7	65,2	57,6	51,6
7,00	118	122	135	152	172	191	85.0	82,0	74,1	65,8	58,3	52,3
7,50	118	122	134	151	170	189	85,1	82,2	74,5	66,4	58,9	53,0
8,00	117	122	134	150	168	186	85,2	82,3	74,8	66,9	59,5	53,7
8,50	117	121	133	149	166	184	85,2	82,4	75,1	67,4	60,1	54,3
9,00	117	121	133	148	165	182	85,3	82,6	75,4	67,8	60,7	54,9
9,50	117	121	132	147	163	180	85,3	82,7	75,7	68,2	61,2	55,6
10,00	117	121	132	146	162	179	85,3	82,8	75,9	68,5	61,6	56,0
11,00	0.0117	0.0121	0.0131	0.0144	0.0160	0.0176	85,4	83,0	76,4	69,2	62,5	57,0
12,00	117	120	130	143	158	173	85,5	83,1	76,8	69,9	63,3	57,8
13,00	117	120	130	142	156	171	85.5	83,3	77,1	70,4	63,9	58,6
14,00	117	120	129	141	155	169	85,6	83,4	77,4	70,9	64,5	59,3
15,00	117	120	129	140	154	167	85,6	83,5	77,7	71,3	65,1	59,9
16,00	117	120	128	139	152	165	85,7	83,6	78,0	71,7	65,6	60,5
17,00	117	119	128	139	151	164	85,7	83,7	78,3	72,1	66,1	61,1
18,00	117	119	127	138	150	162	85,7	83,8	78,5	72,5	66,6	61,6
19,00	117	119	127	137	149	161	85,8	83,9	78,7	72,8	67,0	62,1
20,00	117	119	127	137	148	161	85,8	84,0	78,8	73,0	67,3	62,5

Aplicaciones

Vamos a hacer algunas aplicaciones de la fórmula i tablas del señor Bazin.

1.ª APLICACION.—*Calcular la pendiente* I *que debemos dar a un canal de seccion trapecial de la forma i dimensiones de la figura, que debe llevar 150 regadores de Maipo.*



Consideremos que cada regador valga 15 litros por segundo, es decir que el gasto que debe escurrirse por este canal es de:

$$Q = 150 \times 15 = 2250 \text{ litros} = 2{,}250 \text{ m.}^3$$

Para esta forma trapecial que hemos adoptado i que suponemos sea la de radio medio máximo, tenemos espresando en funcion de la altura de aguas H i del talud $\mathfrak{T}$ los elementos de la seccion trasversal:

$$\lambda = \text{ancho en la base} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ 2\ H\,(\sqrt{1+\mathfrak{T}^2} - \mathfrak{T})$$

$$\Omega = \text{superficie de la seccion mojada} = H^2\,(2\sqrt{1+\mathfrak{T}^2} - \mathfrak{T})$$

$$X = \text{perímetro mojado} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ 2\,H\,(2\sqrt{1+\mathfrak{T}^2} - \mathfrak{T})$$

En el presente caso tenemos:

$$H = 1 \text{ m.}$$

$$\mathfrak{T} = \text{tang } \alpha = \text{tang } 45^\circ = 1$$

i por consiguiente:

$$\Omega = 1^2\ (2\sqrt{1+1^2} - 1) = 1{,}828 \text{ m.}^2$$

$$X = 2 \times 1\ (2\sqrt{1+1^2} - 1) = 3{,}656 \text{ m.}$$

Podemos ya, con los elementos que tenemos, determinar el radio medio R de la seccion mojada i la velocidad media U que son los factores que intervienen en las fórmulas; tendremos:

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{1,828}{3,656} = 0,50 \text{ m}$$

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{2,250}{1,828} = 1,23 \text{ m. por segundo} \qquad (*)$$

Conocidos R i Q, que son los datos del problema, podemos determinar las incógnitas I i U por la aplicacion de las fórmulas:

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0,0115\left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right) \qquad (1)$$

$$Q = U\,\Omega \qquad (2)$$

Ya por la ecuacion (2) hemos determinado U; así que solo nos queda por encontrar I.

A fin de hacer la aplicacion, necesitamos conocer el grado de rugosidad de las paredes; supongamos que el canal de que se trata haya sido poco cuidado i que su lecho sea de cascajo mui disparejo i con las paredes cubiertas de yerbas. Nos encontramos, por consiguiente, en el caso de la 5.ª de las categorías del señor Bazin, correspondiendo entónces al coeficiente de la rugosidad γ el valor

$$\gamma = 1,75$$

La fórmula (1) nos permite determinar, ya sea aplicándola directamente, o con el ausilio de las tablas, la pendiente I. Al efecto, buscamos en las tablas el valor de $\frac{\sqrt{R\,I}}{U}$ que corresponde al radio medio ya determinado $R = 0,50$ m. i a la categoría N.º 5. Encontramos:

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0,0400$$

De aquí podemos despejar a I:

$$I = \frac{\overline{0,0400}^{\,2}\; U^2}{R}$$

(*) Nos resulta una velocidad media de 1,23 m. por segundo. Llamando V la velocidad en la superficie i W en el fondo, tenemos las fórmulas empíricas sencillas que ligan estas cantidades: («Hidráulica» de Flamant-1891, páj. 206)

$$U = 0,80\ V \text{ o } V = 1,25\ U$$

$$W = 0,75\ U = 0,60\ V$$

así que la velocidad en el fondo será en este caso:

$$W = 0,75\ U = 0,75 \times 1,23 = 0,95 \text{ m.}$$

que no sería aceptable por la erosion del lecho, sino para piedra partida, conglomerado de cascajo, terreno esquitoso, roca, etc.—En la aplicacion que hacemos no nos preocuparemos de esto.

i poniendo los valores conocidos de U i de R:

$$I=\frac{\overline{0{,}0400}^2 \times \overline{1{,}23}^2}{0{,}50}$$

de donde

$$I=0{,}0048$$

que será la pendiente que debemos dar a un canal de la forma i dimensiones indicadas con paredes que presentan una resistencia escepcional, para escurrir por él 150 regadores del canal de Maipo.

Ahora si el canal fuera de tierra, en las condiciones ordinarias, nos encontraríamos en el caso de la categoría N.° 4, correspondiendo entónces a γ

$$\gamma=1{,}30$$

En las tablas encontramos que el valor de $\frac{\sqrt{RI}}{U}$ que corresponde a $R=0{,}50$ m. i a esta 4.ª categoría es:

$$\frac{\sqrt{RI}}{U}=0{,}0326$$

de donde sacamos:

$$I=\frac{\overline{0{,}0326}^2\, U^2}{R}$$

i poniendo los valores de U i R:

$$I=\frac{\overline{0{,}0326}^2 \times \overline{1{,}23}^2}{0{,}50}$$

i de aquí

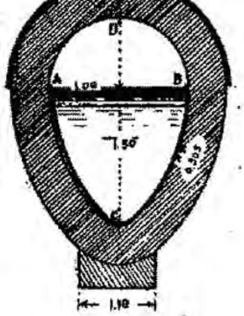
$$I=0{,}0032$$

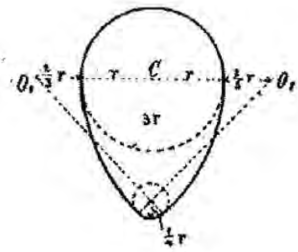
que será la pendiente que debemos dar a un canal de la forma i dimensiones indicadas, con paredes de tierra en las condiciones ordinarias, para escurrir por él 150 regadores de Maipo.

2.ª Aplicacion.—*Calcular el gasto en un colector ovoide de la forma i dimensiones de la figura adjunta, admitiendo una pendiente:*

$$I=0.004$$

Busquemos cuál es el gasto que puede escurrir por su seccion normal, es decir, llegando el agua al arranque de la bóveda.





Para el tipo de ovoide de la forma indicada, los elementos de la seccion trasversal valen:

H = altura total interior = ... $3\ r$
Ω = superficie de la seccion total = ... $4,594\ r^2$
χ = perímetro de la seccion total = ... $7,93\ r$

habiendo espresado todas estas cantidades en funcion del radio r de la semi-circunferencia superior.

En el caso presente tenemos:

$$r = 0,50 \text{ m.}$$

i por consiguiente:

$$\Omega = 4,594 \times \overline{0,50}^2 = 1,1485 \text{ m.}^2$$

$$\chi = 7,93 \times 0,50 = 3,965 \text{ m.}$$

Como hemos supuesto que la altura de agua llega solamente hasta los arranques de la bóveda superior, deberemos restar a las cantidades Ω i χ una cierta cantidad a fin de tener los valores Ω_1 i χ_1 de la seccion mojada que consideramos

$$\Omega_1 = \Omega - \frac{\pi\ r^2}{2}$$

$$\chi_1 = \chi - \pi\ r$$

e introduciendo los valores ya conocidos:

$$\Omega_1 = 1.1485 - \frac{3{,}1416 \times \overline{0{,}50}^2}{2} = 07{,}558 \text{ m.}^2$$

$$\chi_1 = 3{,}965 - 3{,}1416 \times 0{,}50 = 2{,}3942 \text{ m.}$$

Podemos, pues, con estos elementos determinar el radio medio R de la seccion mojada, que es el factor que interviene en las fórmulas; tendremos:

$$R = \frac{\Omega_1}{\chi_1} = \frac{0{,}7558}{2{,}3942} = 0{,}316 \text{ m.}$$

Conocidos R, Ω e I que son los datos del problema, podremos determinar las incógnitas U i Q por la aplicacion de las fórmulas:

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0{,}0115\left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right) \qquad (1)$$

$$Q = U\,\Omega \qquad (2)$$

A fin de hacer la aplicacion, necesitamos conocer el grado de rugosidad de las paredes: admitamos que el colector de que se trata lleva interiormente un estuco formado por una chapa de cemento alisado. Nos encontramos, por consiguiente, en el caso de la 1.ª de las categorías del señor Bazin, correspondiendo entónces al coeficiente de rugosidad γ el valor

$$\gamma = 0{,}06$$

La fórmula (1) nos permite determinar inmediatamente con el ausilio de las tablas la velocidad media U. Al efecto, buscamos el valor de $\frac{\sqrt{R\,I}}{U}$, que corresponda al radio medio ya determinado $R = 0{,}316$ m. En las tablas no encontramos este valor exacto, de modo que nos vemos en el caso de tomar los dos valores inmediatos

$$R = 0{,}31 \text{ m.}$$

$$R = 0{,}32 \text{ m.}$$

para los cuales $\frac{\sqrt{R\,I}}{U}$ vale, respectivamente,

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0{,}0128$$

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0{,}0127$$

Por interpolacion lineal entre estos valores encontramos para $R = 0{,}316$ m.

$$\frac{\sqrt{R\,I}}{U} = 0{,}01274$$

De esta espresion podemos despejar a U:

$$U = \frac{\sqrt{RI}}{0{,}01274}$$

i poniendo los valores conocidos de R e I

$$U = \frac{\sqrt{0{,}316 \times 0{,}004}}{0{,}01274}$$

de donde

$$U = 2{,}79 \text{ m.}$$

Introduciendo ahora los valores de U i Ω en la ecuacion (2), tenemos para el factor:

$$Q = 2{,}79 \text{ m.} \times 0{,}7558 \text{ m.}^2 = 2{,}109 \text{ m.}^3$$

que será la cantidad de agua que se escurrirá por segundo en un colector de la forma i dimensiones indicadas, con paredes de cemento alisado i con una pendiente de 4 por mil i estando la seccion llena hasta el arranque de la bóveda superior.

3.ª Aplicacion.—*¿Qué altura debe tomar el agua en un canal como el del Mapocho, que tiene la forma i dimensiones de la figura, para que el agua adquiera una velocidad media de 10 metros por segundo?*

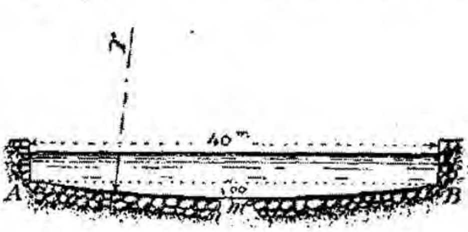
Supongamos que el canal tiene una pendiente de 1 por 100, o sea:

$$I = 0{,}01$$

i que la velocidad media que adquiere el agua sea, como hemos dicho, de 10 metros por segundo, es decir:

$$U = 10 \text{ m.}$$

Buscamos la altura que tomará el agua en las orillas. Llamaremos x esta altura. La incógnita va a ser, pues, R. Determinaremos Ω i χ en funcion de x.



La superficie Ω de la seccion mojada, se compone de la superficie del rectángulo que es $40\,x$, mas la superficie del segmento $A\ m\ B$. Este segmento es circular, pero lo supondremos de arco de parábola por ser su valor casi igual al del circular i ser mas sencilla la espresion de su superficie, que vale $\frac{4}{3}\ x\ y$, siendo $x=\frac{1}{2}\ A\ B=20$ m. e $y=1$ m.; por consiguiente $s=\frac{4}{3}\ x\ y=\frac{4}{3}\times 20\times 1=26,67$ m.²

Luego:

$$\Omega=40\ x+26,67\ \text{m.}^2 \tag{1}$$

Tambien vamos a espresar en funcion de x el perímetro mojado χ. Para esto tenemos que encontrar el desarrollo del arco $A\ m\ B$, i por consiguiente, el radio r de este arco. Llamaremos c la cuerda de este arco i f su flecha; tenemos que $c=40$ m. i $f=1$ m; i podremos sentar:

$$(\tfrac{1}{2}\ c)^2=(2\ r-f)\ f;$$

introduciendo los valores de c i f i ejecutando las operaciones, obtendremos:

$$r=200,50\ \text{m.}$$

Conocida la cuerda i el radio podremos calcular el ángulo en el centro, i por consiguiente el desarrollo del arco; los resultados a que se llega son:

ángulo en el centro = 11° 27'
desarrollo arco A m B = 40,06 m.

Luego:

$$\chi=2\ x+40,06\ \text{m.} \tag{2}$$

Así que:

$$R=\frac{40\ x+26,67\ \text{m.}^2}{2\ x+40,06} \tag{3}$$

Conocidas I i U, i habiendo espresado R en funcion de x, nos será fácil encontrar el valor de R i por consiguiente x. Bastará aplicar las fórmulas:

$$U=\frac{87\sqrt{R\ I}}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

$$Q=U\ \Omega$$

Para hacer la aplicacion, necesitamos conocer el grado de rugosidad de las paredes: supondremos que el lecho sea igual al del canal del Mapocho, paredes de albañilería de bolones, que corresponde a la 3.ª categoría, i en tal caso

$$\gamma=0,46$$

En este caso no podemos aplicar las tablas, sino que las fórmulas, i nos queda.

$$10=\frac{87\sqrt{R\times 0{,}01}}{1+\frac{0{,}46}{\sqrt{R}}}$$

$$(\sqrt{R}+0{,}46)\times 10=8{,}7\,R$$

o bien

$$8{,}7\,R-10\sqrt{R}=4{,}6$$

Es ésta una ecuacion de 2.° grado que resuelta nos dá:

$$R=2{,}25 \text{ m.}$$
$$R=0{,}13 \text{ »}$$

Estos dos valores satisfacen la ecuacion, pero sólo uno de ellos corresponde a la solucion del problema; para determinar cuál es el verdadero, bastará introducir sucesivamente los dos valores de R en la ecuacion (3).

$$R=\frac{40\,x+26.67}{2\,x+40.06}$$

despejándose entonces a x, altura de agua, tendremos:

para $R=2{,}25$ m. .... $x=1{,}79$ m.
» $R=0.13$ » .... $x=0{,}54$ m.

lo que nos indica que el verdadero valor de R es 2,25 m. ya que el de 0,13 dá un valor negativo para la altura de agua, lo que es inaceptable.

Por consiguiente, la altura a que subirá el agua junto a las paredes, en el canal del Mapocho i en las condiciones previstas será:

$$x=1{,}79 \text{ m.}$$

Habiendo determinado la altura x a que alcanza el agua, podemos tener tambien el gasto Q. Tenemos que:

$$Q=U\,\Omega$$

$$\Omega=40\,x+26{,}67$$

poniendo el valor de x, resulta:

$$\Omega=40\times 1{,}76+26{,}67=97{,}07 \text{ m.}^2$$

i como $U=10$ m. por segundo:

$$Q=10 \text{ m.}\times 97{,}07 \text{ m.}^2=\mathit{970{,}700} \text{ m.}^3$$

que es la cantidad de agua que pasará por la seccion en la unidad de tiempo o sea en un segundo.

ELEAZAR LEZAETA A.
Injeniero Civil

Santiago, Julio de 1901.