PUENTES PROVISORIOS

PARA FERROCARRILES DE TROCHA ANCHA

ESTUDIO JENERAL I APLICACION A UN TIPO DE 48,00 M. DE LUZ TEÓRICA

POR

RAUL CLARO SOLAR

(Conclucion)

5. CONTRAVIENTO INFERIOR

DESIGNACION	TASAS DE TRABAJO							
	Estension		Aplastamiento		Cizalle		Flexion	
	calculada	admisible	calculada	admisible	calculada	admisible	calculada	admisible
VIENTO, CON SOBRECARGA I LACET								
Diagonales............	9,11	10,00	4,95	25,00				
Pernos de ensamble....					5,68	8,00	9,09	10,00

CAPITULO VII

VERIFICACION DE LA ESTABILIDAD ESTÁTICA I CÁLCULO DE LAS FLECHAS.

§ I. Verificacion de la estabilidad trasversal del puente

1. Estabilidad de rotacion.—Debemos considerar dos estados de solicitacion:
puente descargado;
puente ocupado por el tren.

a) Puente descargado.—El esfuerzo horizontal que tiende a producir la rotacion del puente, se reduce aquí a la accion del viento sobre las vigas; en cambio se opone a esa rotacion el peso propio de la construccion.

En el Capítulo II hemos calculado la intensidad de los esfuerzos de que se trata, intensidad que, por metro corrido de puente, vale:

empuje del viento	808 ks.
peso muerto	3.000 »

Admitiremos que la rotacion del puente trate de producirse en torno de un eje situado en el plano de las caras inferiores de los travesaños estremos, a plomo de la cara esterior de las cabezas; esta hipótesis es bastante mas desfavorable que la realidad, pues se prescinde en ella de los marcos estremos que el puente lleva sobre los apoyos, lo que nos conducirá a un coeficiente de estabilidad por rotacion inferior al efectivo.

En la figura 30 indicamos el estado de solicitacion del puente en la hipótesis considerada. No tomamos en cuenta la accion del viento sobre las puntas de los travesaños porque su influencia es despreciable.

Tomando momentos en torno de la arista inferior opuesta al viento:

momento solicitante	$808 \times 3{,}638 = 2.939{,}5$ k. ms.
momento resistente	$3.000 \times 2{,}970 = 8\,910{,}00$ »

Luego el coeficiente de estabilidad trasversal de rotacion valdrá

$$\frac{8.910}{2.939{,}5} = 3{,}03$$

b) Puente ocupado por el tren.—En este caso el esfuerzo solicitante es debido a:

el empuje del viento sobre las vigas;
el empuje del viento sobre el tren, i
el esfuerzo de lacet.

El esfuerzo resistente se compone:

del peso muerto de la obra, i
de la sobrecarga rodante.

En el Capítulo II hemos calculado la intensidad de la accion del viento, que vale por metro corrido:

sobre las vigas	485 ks.
sobre el tren	316 »

El esfuerzo de lacet lo vamos a hacer igual a 5% de la sobrecarga rodante. Pero debemos observar aquí que la solicitacion mas desfavorable bajo el punto de vista de la estabilidad trasversal se producirá cuando el puente se encuentre totalmente ocupado por una série de carros; en este caso caben en el puente cinco carros i, como cada uno pesa 36 toneladas (*), el esfuerzo de lacet valdrá

$$0{,}05 \times 5 \times 36.000 = 9.000 \text{ ks.}$$

Segun esto tendremos por metro corrido:

esfuerzo de lacet	177 ks.

En cuanto a los esfuerzos resistentes, tendrán por valor por metro corrido:

peso muerto:	3.000 ks.
sobrecarga rodante:	$\frac{180.000}{50{,}80} = 3.543$ »

Partiendo de las mismas consideraciones que formulamos en el acápite anterior, hemos representado en la figura 31 el estado de solicitacion del puente. Tomando momentos en torno de la arista inferior opuesta al viento, tendremos:

momento solicitante: $485 \times 3{,}638 + 316 \times 3{,}075 + 177 \times 1{,}075 = 2.926{,}405$ k. ms.
» resistente: $3.000 \times 2{,}97 + 3.543 \times 2{,}97 = 19.432{,}51$ »

Luego el coeficiente de estabilidad trasversal de rotacion valdrá

$$\frac{19.432{,}51}{2.926{,}405} = 6{,}5$$

(*) Véase el esquema del tren tipo que se nos ha fijado como sobrecarga rodante.

2. ESTABILIDAD DE DESLIZAMIENTO.—*a*) *Puente descargado.*— El esfuerzo horizontal que tiende a producir el deslizamiemto en el sentido trasversal del puente es el que ejerce el viento sobre las vigas; se opone a ese deslizamiento del puente sobre sus apoyos el rozamiento debido al peso propio de la construccion.

Hemos avaluado, al tratar la estabilidad de rotacion, el valor por metro corrido de puente:

del empuje del viento, en	808 ks.
del peso muerto, en	3.000 »

Admitiremos que el coeficiente de rozamiento de madera sobre madera sea igual a 0,54 (*).

Segun esto, el valor del esfuerzo resistente será de

$$3.000 \times 0,54 = 1.620 \text{ ks.}$$

Luego el coeficiente de estabilidad trasversal de deslizamiento tendrá por valor

$$\frac{1620}{808} = 2,00$$

b) *Puente ocupado por el tren.*—El esfuerzo que tiende a hacer deslizar el puente en sentido trasversal se debe, como hemos visto, a:

el empuje del viento sobre las vigas;
el empuje del viento sobre el tren, i
el esfuerzo de lacet.

La avaluacion de estos esfuerzos, que ya hemos hecho para un metro corrido de puente, da para:

la accion del viento sobre las vigas		485 ks.
la accion del viento sobre el tren		316 »
el esfuerzo de lacet		177 »
	total	978 »

En este caso se oponen a la traslacion los esfuerzos de rozamiento que desarrollan sobre los apoyos del puente la sobrecarga rodante i el peso muerto de la obra.

En la avaluacion hecha anteriormente hemos visto que, por metro corrido de puente,

el peso muerto de la obra es de	3.000,00 k.
la sobrecarga rodante es de	3.453,00 »
lo que hace un total de	6 453,00 »

(*) VIGREUX. Obra citada, páj. 122.

Con el coeficiente de rozamiento de 0,54 adoptado, el valor del esfuerzo resistente será de

$$6.453 \times 0{,}54 = 3.484{,}62$$

Luego el coeficiente de estabilidad trasversal valdrá

$$\frac{3.484{,}62}{978} = 3{,}56$$

§ II. – Cálculo de las flechas

1. Fórmula empleada (*). — Aplicaremos al cálculo de la flecha el método desarrollado por Résal en su obra titulada «Puentes metálicos.» Pero ante todo observaremos, para fijar las ideas, que haremos el cálculo de las flechas de una viga considerándola descompuesta en los dos enrejados simples que la forman i admitiendo que las cargas que actúan sobre ella se repartan por mitad entre ambos enrejados.

Segun esto, el esquema de la viga cuya flecha nos proponemos calcular será el de la figura 32.

El señor Résal estudia la cuestion que nos ocupa, considerando que actúen sobre la viga el peso muerto i una sobrecarga uniformemente repartida sobre toda su lonjitud. Analiza en esta hipótesis la influencia de las acciones esteriores sobre las vigas articuladas, i observando que los ángulos formados por las diversas barras del enrejado se alteran i que la viga queda siempre simétrica con relacion a su seccion vertical media, llega a las conclusiones que copiamos en seguida.

«Resulta del estudio que acabamos de hacer que la deformacion de una viga articu-
« lada, bajo la accion de una sobrecarga uniformemente repartida sobre toda su lonjitud,
« puede determinarse por la construccion siguiente.

«Sea $A\ B\ C\ D$ (fig. 33) una viga recta, $C\ D$ su seccion vertical media i $E\ F$ su eje lon-
« jitudinal. Si se tratara de una viga de alma llena, el eje lonjitudinal $E\ F$, bajo la accion
« de una sobrecarga uniformemente repartida, describiria un arco de círculo $E f$ que tiene
« su tanjente horizontal en f. La seccion estrema $A\ B$ jiraria al rededor del punto fijo
« E situado sobre el eje lonjitudinal, i pasaria a ocupar la posicion $a\ b$ en la direccion
« del radio del círculo descrito por dicho eje; las dos suelas $A\ C$ i $B\ D$ se perfilarian
« segun arcos de círculo $a\ c$ i $b\ d$ concéntricos con el eje lonjitudinal i quedarian, por
« consiguiente, normales a las secciones trasversales $a\ b$ i $c\ d$.

«Supongamos ahora que reemplacemos el alma llena de la viga por una triangula-
« cion articulada, sin modificar por lo demas su lonjitud, ni su altura, ni el trabajo de las
« cabezas, ni en fin la sobrecarga.

«Para tener la curva descrita por el eje lonjitudinal deformado, bastará hacer
« jirar los arcos de círculo a c. E f i b d en torno de los puntos c, f o d en que encuen-
« tran a la seccion media de la viga, hasta que uno de los ángulos de la triangulacion
« haya sufrido la deformacion que esperimenta en realidad.

(*) Résal, *Ponts métalliques*, pájs. 167 i siguientes; 1885.

«En efecto, en este momento todos los ángulos habrán tomado los nuevos valores « que les convienen i todas las piezas de la triangulacion habrán esperimentado los alar« gamientos o acortamientos correspondientes a las fatigas que soportan.

«Como se ve, la fibra deformada de la semi-viga articulada describe un arco de « círculo del mismo radio que si la viga recta tuviese alma llena, pero este arco de « círculo ha esperimentado un cambio de orientacion, de manera que el eje lonjitudinal « presenta un punto angular en el medio f de la viga; en dicho punto las dos tanjentes « a la fibra media deformada forman un ángulo 2α, igual al doble de la rotacion α que « esperimenta el eje lonjitudinal deformado de cada una de las semi-vigas.

«Se ve que, por este movimiento, la flecha en el medio del puente ha aumentado de « la distancia vertical que existe entre E i E'.

«Debemos pues avaluar el ángulo α de que ha jirado cada una de las semi« vigas.»

El señor Résal calcula este ángulo para un enrejado cualquiera, pero creemos preferible concretarnos en nuestro estudio a la viga que nos ocupa.

En esta intelijencia, sea $A\ M$ (fig. 34) la seccion media de la viga, que continúa siendo despues de la deformacion un plano de simetría de la obra.

Por efecto de esta deformacion, las barras estendidas $B\,C$ i $B\,M$ tomaran lonjitudes iguales respectivamente a

$$a\left(1+\frac{R}{E}\right) \text{ i } a\left(1+\frac{R_1}{E_1}\right)$$

siendo:

R = trabajo máximo del tirante BC,
E = coeficiente de elasticidad del fierro,
R_1 = trabajo máximo de la cabeza BM,
E_1 = coeficiente de elasticidad del pino oregon.

Del mismo modo las barras comprimidas AC i AB se acortarán hasta valer respectivamente

$$a\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right) \text{ i } c\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right)$$

espresiones en las cuales figuran los mismos coeficientes R_1 i E_1 de las piezas estendidas, por cuanto aceptamos la igualdad de las tasas de trabajo a la estension i a la compresion i de los coeficientes de elasticidad correspondientes del pino oregon.

Por efecto de la deformacion, el ángulo recto CAM se modifica tambien; llamando ω i θ los dos ángulos parciales iguales en que lo divide la diagonal AB, la deformacion de dicho ángulo será igual a la suma $(\delta\omega+\delta\theta)$ de las deformaciones sufridas por esos dos ángulos parciales. Vamos a calcular $\delta\omega$ i $\delta\theta$.

El triángulo rectángulo CAB nos da, ántes de la deformacion,

$$c^2 = 2a^2 \qquad (1)$$

$$a = c \text{ sen } \omega = c \cos \omega \qquad (2)$$

i, despues de la deformacion,

$$a^2\left(1+\frac{R}{E}\right)^2 = a^2\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right)^2 + c^2\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right)^2 - 2\ ac\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right)^2 \cos\left(\omega+\delta\omega\right)$$

Desarrollando i observando que pueden despreciarse los cuadrados de las cantidades mui pequeñas

$$\frac{R}{E} \text{ i } \frac{R_1}{E_1}$$

tendremos

$$a^2 + 2\ a^2\frac{R}{E} = a^2 - 2\ a^2\frac{R_1}{E_1} + c^2 - 2\ c^2\frac{R_1}{E^1} - 2\ ac \cos\left(\omega+\delta\omega\right) + 4\ ac\frac{R_1}{E_1}\cos\left(\omega+\delta\omega\right) \quad (3)$$

Combinando las ecuaciones (1) i (3), encontramos

$$2\ a^2\left(\frac{R}{E}+\frac{R_1}{E_1}\right) = 2\ a^2\left(1-2\frac{R_1}{E_1}\right) - \cos\left(\omega+\delta\omega\right)\left(1-2\frac{R_1}{E_1}\right)2\ ac$$

Desarrollando el coseno i observando que, en vista de la pequeñez de $\delta\omega$, pueden reemplazarse cos $\delta\omega$ por 1 i sen $\delta\omega$ por $\delta\omega$, i que, por el mismo motivo, puede despreciarse el producto

$$\text{sen } \delta\omega \times \frac{R_1}{E_1},$$

tendremos

$$\delta\omega = \frac{R}{E} + \frac{R_1}{E_1} \quad (a)$$

Por otra parte, el triángulo ABM nos da, ántes de la deformacion,

$$a = c \text{ sen } \theta \quad (3)$$

i, despues de la deformacion,

$$a = \left(1+\frac{R_1}{E_1}\right) = c\left(1-\frac{R_1}{E_1}\right) \text{sen } \left(\theta+\delta\theta\right) \quad (4)$$

Desarrollando i despreciando los mismos términos que anteriormente:

$$\delta\theta = 2\ tg\ \theta\frac{R_1}{E_1}$$

i como $\theta = 45°$,

$$tg\ \theta = 1$$

luego:

$$\delta\theta = 2\frac{R_1}{E_1} \qquad \text{(b)}$$

En resúmen, la deformacion $(\delta\omega + \delta\theta)$ del ángulo CAM es dada por la fórmula

$$\delta\omega + \delta\theta = \frac{R}{E} + 3\frac{R_1}{E_1} \qquad \text{(c)}$$

Para obtener el ángulo α de que ha jirado el arco de círculo, lugar de los vértices de triangulacion de la suela superior, es preciso restar del ángulo $(\delta\omega + \delta\theta)$ el incremento que sufriria el ángulo CAM si la viga considerada fuese de alma llena.

En efecto, en esta hipótesis, la suela superior OCA (fig. 35) describiria despues de la deformacion el arco del círculo $OC'A'$; la cuerda $A'C'$ no es ya normal a la recta AA' sino que hace con la horizontal un ángulo $C'A'N$, para el cual se tiene

$$tg\ C'A'N = \frac{NC'}{a}$$

Para calcular NC', nos bastará escribir la ecuacion de la fibra media deformada OA' referida a los ejes OX i OY. La ecuacion diferencial es

$$E_1 I \frac{d^2y}{dx^2} = M$$

Si designamos por R_2 el trabajo máximo de la materia i suponemos que ese trabajo tenga el mismo valor en todas las secciones de la viga

$$M = R_1 \frac{I}{V}$$

luego, como $V = \frac{h}{2}$,

siendo h la altura de la viga:

$$E_1 I \frac{d^2y}{dx^2} = R_1 \frac{2I}{h}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2R_1}{E_1 h}$$

integrando:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2R_1^2 x}{E_1 h} - \frac{R_1 l}{E_1^1 h}$$

$$y = \frac{R\, x\,(l-x)}{E_1 h}$$

llevando y envuelto su signo i siendo l la lonjitud de la viga.

Para $x = \frac{l}{2}$, es decir para el punto A',

$$A\,A' = \frac{R_1 l^2}{4\,E_1 h}$$

Para $x = \frac{l}{2} - a$, es decir para el punto C',

$$C\,C_1 = \frac{R_1 l^2}{4\,E_1 h} - \frac{R_1\, a}{E_1\, h}$$

luego:

$$NC' = A\,A' - CC' = \frac{R_1\, a^2}{E_1\, h}$$

i por consiguiente:

$$tg\ C'A'N = \frac{NC_1}{a} = \frac{R_1\, a}{E\, h} = \frac{R_1}{E_1}$$

pues $a = h$.

En vista de la pequeñez del ángulo $C'A'N$ se puede sustituir el arco a su tanjente, obteniéndose por fin como valor del ángulo α de que es preciso hacer jirar el arco de círculo $O\,A'$ al rededor del punto A' para tener, despues de la deformacion, la posicion de la cuerda de la viga articulada:

$$\alpha = \delta\omega + \delta\theta - C'A'N = \frac{R}{E} + 2\ \frac{R_1}{E_1} \qquad \text{(d)}$$

En la jiracion en torno de A', de que se trata. el punto o describe un arco de círculo igual a $\frac{\alpha\, l}{2}$ que, siendo, en vista de su pequeñez, sensiblemente vertical, da el incremento esperimentado por la flecha en el medio del puente. Segun esto la flecha total en el medio de la viga articulada se obtendrá agregando el valor $\frac{\alpha\ l}{2}$ a la flecha correspondiente a la viga de alma llena, que hemos calculado i que vale $\frac{R_1\ l^2}{4\ E_1\ h}$

Llamando f la flecha total:

$$f = \frac{\alpha\, l}{2} + \frac{l^2}{4h}\ \frac{R_1}{E_1}$$

y reemplazando a por su valor:

$$f = \frac{R}{E}\,\frac{l}{2} + 2\,\frac{R_1}{E_1}\,\frac{l}{2} + \frac{l^2}{4h}\,\frac{R_1}{E_1}$$

$$f = \frac{R}{E}\,\frac{l}{2} + \frac{R_1}{E_1}\left(l + \frac{l_2}{4h}\right) \text{ (*)} \qquad \text{(e)}$$

2 CÁLCULO NUMÉRICO DE LAS FLECHAS. — *a) Peso muerto.* — Tendremos en este caso:

$$\begin{aligned} l &= 4.800 \text{ cms.} \\ h &= 600 \quad » \\ E &= 2.000.000 \text{ k/cm}^2 \\ E_1 &= 100.000 \quad » \end{aligned}$$

En cuanto a los valores de R i R_1 adoptaremos para ellos las fatigas máximas correspondientes que se producen en el enrejado bajo de la accion del peso muerto. Llegaremos así a obtener una flecha algo mayor que la efectiva, lo que por lo demas no presenta inconveniente.

En uno de los depurados adjuntos podemos ver que el montante estremo del enrejado que consideramos sufre una fatiga de

$$\frac{17.000}{56,55} = 300 \text{ k/cm}^2$$

Por otra parte hemos calculado en el Cápitulo II el momento máximo debido al peso muerto, lo que nos permitirá determinar la tasa de trabajo correspondiente de la cabeza superior.

Esta tasa valdrá

$$\frac{21.600.000}{975 \times 600} = 37 \text{ k/cm}^2$$

Como estas son las tasas de trabajo máximas a que nos hemos referido, haremos en la fórmula (e)

$$\begin{aligned} R &= 300 \text{ k/cm}^2 \\ R_1 &= 37 \quad » \end{aligned}$$

(*) Esta fórmula está de acuerdo con la a que llega Résal en la pájina 177 de su obra ya citada siempre que se haga en aquella $\frac{R}{E}$ i $\frac{R_1}{E_1}$ iguales a $\frac{1}{2}\left(\frac{R}{E} + \frac{R_1}{E_1}\right)$

Esta hipótesis, que ha permitido a Résal llegar a la fórmula de que se trata, era inaceptable en el caso de un puente de madera i fierro i por este motivo hemos debido prescindir de ella en nuestros, cálculos.

Reemplazando en dicha fórmula las letras por sus valores, obtendremos

$$f_{m} = \frac{300}{2.000.000} \quad \frac{4.800}{2} + \frac{37}{100.000} \left(4.800 + \frac{\overline{4.800}^{2}}{4 \times 600} \right)$$

$$f_{m} = 57 \text{ mm.}$$

b) Peso muerto i sobrecarga rodante. — En el Capítulo II hemos calculado las tasas de trabajo que corresponden a este estado de solicitacion; segun esto, i haciendo la misma hipótesis que en el caso anterior, tendremos

$$R = 802 \text{ k } \overline{\text{cm.}}^{2};$$
$$R_{1} = 120 \quad »$$

Construyendo la fórmula (e):

$$f_{t} = \frac{802}{2.000.000} \quad \frac{4.800}{2} + \frac{120}{100.000} \left(4.800 + \frac{\overline{4.800}^{2}}{4 \times 600} \right)$$

$$f_{t} = 183 \text{ mm.}$$

RAÚL CLARO SOLAR.