

ANALES

DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE
Calle San Martín N.º 352 - Casilla 487 - Teléf. 88841 - Santiago - Chile

Año LVI (1)



Diciembre de 1943



N.º 12

(1) Año LVI desde la fecha de su primera publicación en 1888 como «Anales del Instituto de Ingenieros». Año XLIII desde la fecha de su primera publicación, Enero de 1901, como «Anales del Instituto de Ingenieros de Chile».

Ing. César Barros L.

Consideraciones sobre Resistencia y cálculo de Albañilerías Reforzadas (*)

En el cálculo de resistencia sísmica de edificios del tipo C de nuestras ordenanzas que corresponde a una estructura de ladrillo reforzada, se recurre generalmente a considerar los vanos de albañilería limitados por pilares como núcleo resistente a los esfuerzos horizontales, disponiéndose generalmente uno o más planos de este tipo en direcciones ortogonales con el fin de dar a la estructura una rigidez suficiente. En la casi totalidad de los edificios de este tipo (especialmente casas habitación) se cumple que los períodos propios se hallan muy por debajo del valor 0,5 seg. considerado como límite en nuestras normas para el cálculo de los esfuerzos sísmicos como producidos por cargas estáticas horizontales y por lo tanto el cálculo no presenta mayores dificultades. Sin embargo, la aplicación sistemática de nuestras normas de construcción lleva en algunos casos a consumo innecesario de hierro y en otros a dimensiones absolutamente inaceptables, lo cual es lógico ya que las normas no pueden abarcar todos los casos sino algunos de los más comunes, es por esto, que creemos de interés dar a conocer algunas de las relaciones que nos permitan calcular siquiera aproximadamente la acción de elementos tales como pilares y cadenas.

Las fórmulas que desarrollaremos más adelante no tienen más valor que el que pueden darle las hipótesis que sirvan de base al planteo, pero si bien no deben considerarse de absoluto rigor, por lo menos deben tenerse en cuenta sus resultados para juzgar la mayor o menor eficiencia en una determinada estructuración.

Analizaremos primeramente la acción de un muro de albañilería limitado por pilares y cadenas de sección Ω . El núcleo resistente formado por estos elementos a saber: muro, pilares y cadena tiene evidentemente una cierta rigidez y una cierta resistencia a la flexión, sin embargo, dado el ancho de los muros y su altura reducida comparada con su base en la mayoría de los casos predominan los esfuerzos de cisalle a los de flexión y por la misma razón las deformaciones generales por cargas horizontales suelen ser debidas en su parte principal a los esfuerzos de cisalle.

Generalmente son estos últimos los que determinan, como veremos más adelan-

(*) Hemos designado por albañilerías reforzadas, aquellas flanqueadas por pilares y cadenas de hormigón armado dejando para las albañilerías en las cuales se colocan varillas de acero en las juntas el término más apropiado de albañilerías armadas.

te los esfuerzos que puede resistir el muro ya que la albañilería tiene resistencias por tracción que se han considerado para los fines del cálculo casi siempre como nulas aceptando como resistiendo al cisalle en albañilería solamente los esfuerzos desarrollados por la fricción entre los elementos que la componen o sea un porcentaje de la carga vertical que según los diversos manuales de materiales que consignan datos de ensayos sobre el tema se ha fijado en un 50 a 70% de la misma según se trate de albañilería unida por mortero en estado húmedo y fresco o de fragua reciente.

Sin embargo, es evidente que existe una resistencia al cisalle y una de tracción que aun cuando deba aplicarse con un alto coeficiente de seguridad por los innumerables factores que influyen en la colocación y elaboración de los materiales lleva a resistencias calculadas que se encuentra efectivamente en la práctica.

Es de interés considerar a este respecto que si una mejor elaboración y colocación permite un aprovechamiento más seguro de un muro como elemento resistente y en consecuencia una disminución en el hormigón armado y en el hierro que entra en obra no hay duda alguna que deberá escogerse de inmediato un camino que nos permite economizar un elemento en estos momentos tan escaso y caro a cambio de una mejor ejecución y las más de las veces una más hábil y acertada dirección e inspección de las obras.

Ante todo deberemos fijar los módulos de elasticidad y las fatigas de seguridad tanto de compresión como de cisalle y tracción que usaremos en nuestro desarrollo.

Es este uno de los puntos básicos del problema y desgraciadamente aquel sobre el cual disponemos del menor número de datos y experiencias, debiéndose esto a la diversidad en la calidad de los materiales según su procedencia como también a la diversidad en la técnica de elaboración y colocación.

Hubiéramos deseado disponer de datos propios al discutir este punto, pero ello será posible sólo más adelante, una vez que ayudado por las conclusiones a que nos lleven nuestros desarrollos podamos hacer un plan lógico y práctico de experiencias.

Módulo de elasticidad E.—De diversas observaciones efectuadas en arcos de fábrica y deducidos de sus deformaciones pueden fijarse como valores de E, los siguientes, consignados en la obra de Estabilidad del profesor don Miguel Letelier:

Fábricas de ladrillo. 20,000 — 34,000 K/cm²

Don Carlos Infante en su tesis de prueba fija un valor de 86,000 K/cm², pero indica también que de acuerdo a las experiencias de Mononobe según la calidad del material y de la ejecución el módulo E puede bajar a 14,000 K/cm².

Recientes estudios publicados en el Proceedings of A.S.C.E. por James H. Hansen indican las siguientes cifras obtenidas en ensayos de albañilería armada y sin armar.

| Autoridad | Módulo de Elasticidad en libras | E Kgs/cm. ² |
|-----------------------|------------------------------------|---------------------------|
| Mac. Carthy..... | 3,000,000 | 211,100 |
| Bayer y Krefeldt..... | 1.628,830 | 114,500 |
| Mason Vaugh..... | 3.171,000 | 223,000 |
| M. J. Feeney..... | 1.350,000 | 95,000 |
| J. G. Brag..... | 580,000 a 3.500,000 | 40,800 a 246.000 |

Esta diversidad de resultados no debe admirarnos ya que Stang Parsons y Mac. Burney han establecido en ensayos con muros de mortero para variación de las fatigas de 0 a 17 K/cm.² variaciones del módulo de elasticidad de 51,000 K/cm.² a 185,000 K/cm.² (Variaciones similares se obtienen en los concretos en que el factor

$$n = \frac{E_e}{E_b} \text{ varía de } n = 10 \text{ a } n = 25)$$

La comisión austríaca para el estudio de Bóvedas ha establecido para E el valor 28,700 K/cm.²

Datos obtenidos de normas alemanas fijan el valor de E para tensiones entre 0.8 y 2.4 K/cm.² en 24,200 Kgs/cm.² El manual Hutte fija para fábrica de ladrillo con mortero de cemento un valor de E = 50,000.

Como veremos más adelante este factor dadas las modalidades del cálculo propuesto tiene una influencia en la resistencia a la flexión solamente, y es las más de las veces de mayor interés el coeficiente G ya que nos indicará la deformación por cisalle siendo posible así calcular los factores de rigidez de los muros de poca altura comparada con el largo de la base y determinar así en forma más adecuada la influencia y esfuerzos que toman los distintos elementos resistentes de una construcción.

De la obra antes citada del profesor Letelier se obtiene para G el siguiente valor tomando el coeficiente:

$$\frac{1}{m} = 0.18; G = \frac{E}{2 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} = \frac{E}{2 (1 + 0.18)} = 0.425 E \quad (1)$$

A su vez las normas alemanas fijan el valor de G como:

$$G = 0.3 E$$

En consecuencia G variaría entre 4,200 K/cm.² y 80,000 K/cm.² según sean los valores de E y de equivalencia $\frac{G}{E}$ que se adopten.

Compresión.—Las fatigas de compresión están sujetas al igual que los módulos de elasticidad a la calidad de los materiales y a la ejecución haciéndose notar que la resistencia a la compresión de muros de aproximadamente de 3 metros de altura es más o menos un 25 a 30% de la resistencia a la compresión determinada para el ladrillo.

En general podrán aceptarse en este caso los valores fijados en nuestra ordenanza como tasa de trabajo máximas de la albañilería según sean sus características, quedando esos valores dentro de los usuales.

Tracción y cisalle.—Sobre este punto no sólo existen divergencias notables en los resultados de los ensayos sino además una falta casi absoluta de Bibliografía.

L. A. Palmer y J. V. Hall dan para la resistencia a la flexión de albañilería con mezcla de arena, cemento y cal en proporción 6:1:1, 2,23 K/cm.² y un valor aproximadamente igual para mezcla, arena, cemento 3:1.

El Kidders Handbook da valores de 0.7 a 1 K/cm.² (incluyendo un factor de seguridad de 8 a 10)

Las normas alemanas aceptan una fatiga de 1/10 de la de compresión.

De una serie de ensayos hechos con albañilería armada se deducen los siguientes valores de tracción y cisalle:

| Flexión | (Tracción) | K/cm. ² | Cisalle | K/cm. ² |
|-----------------|------------|--------------------|-----------------|--------------------|
| mínimo — máximo | | | mínimo — máximo | |
| 3.17 | 27 | | 0.845 | 10.85 |

Los valores más frecuentes oscilan entre:

| Flexión | (Tracción) | Cisalle |
|---------|--------------------|------------------------------|
| 7 — 15 | K/cm. ² | 1,7 — 3.5 K/cm. ² |

deduciéndose entre otras las siguientes observaciones:

1.º La proporción de cemento en la mezcla influye en las resistencias, a mayor cantidad de cemento se acerca más la resistencia del muro a la resistencia del ladrillo oscilando esta resistencia entre un 30% y un 25% de la del ladrillo según sea la mezcla 1:3 o menor.

2.º Las tensiones de cisalle deben limitarse entre 1.75 y 2.1 Kgs/cm.² como máximo, siendo recomendables valores menores aun.

3.º Los ladrillos porosos resisten mejor los esfuerzos de cisalle que los más densos porque se embeben mejor en la mezcla cuando están bien saturados de agua, sin embargo si no se humedecen bien se produce la absorción del cemento de la arena siendo la unión del ladrillo con el mortero en este caso francamente deficiente.

Los valores que para la fatiga de cisalle en albañilerías que indica el Board of Fire Underwriters of the Pacific for Earthquake resistant Design y que corresponden a 0.75 y 1.05 K/cm.², según se trate de morteros de cal y cemento o de morteros de cemento se encuentran como puede verse dentro de los obtenidos en los ensayos antes citados considerando un coeficiente de seguridad de 2 a 4, según los casos.

Las «especificaciones Técnicas Generales para la construcción de edificios fiscales» exige una adherencia mínima con mortero 1:3 de 3,5 a 4 Kgs/cm.², lo cual con los coeficientes de seguridad anotados nos llevaría a valores similares a los que se indican.

A continuación indicamos en el Cuadro N.º 1 de valores los obtenidos de ensayos hechos por el National Bureau of Standards en muros de albañilería, bloques, adobe y concreto en el cual se indican todos los valores que interesan conocer en cuanto a dimensiones de los elementos ensayados y los resultados obtenidos.

Conviene hacer resaltar el hecho de que las mezclas empleadas en los morteros no son en ningún caso de proporción inferior a 1 parte de cemento por 4 par-

CUADRO 1

| Tipo de Muro. | h. mt. | b. mt. | d. cm. | σ_{comp} mate- rial. Kg/cm ² | $\sigma_{compres}$ mezcla. | $\sigma_{compres}$ muro. | σ Cisalle. | E. med | Dosificaciones mezcla |
|--|----------------|----------------|----------------|---|-------------------------------|--------------------------------------|----------------------|---------------------|--|
| A.A. Albañilería de 1ª | 2.49. 2.51. | 1.22. 2.44. | 20.6. 20.8. | 1230. | 97.8. | Carga a 1/3 de la arista. 232. | no rompe. 4.47. | 243.800. | 1:2,4 cemento-arena |
| A.B. Albañilería de 2ª cada 4 hiladas 1 amarra. | 2.49. 2.49. | 1.22. 2.44. | 20.5. 20.5. | 188. | 31. | 43.8 | no rompe. 4.53. | 43 000. | 1:0.42:5.1. 1:3,6. Cemento, cal, arena. |
| A.C. Albañilería de 2ª cada 5 hiladas 1 amarra | 2.51. 2.49. | 1.22. 2.44. | 20.8. 20.6. | 188. | 32.7. | 73. | no rompe. 4.52. | 51.700. | idem. |
| A.D. Albañilería hueca. Huecos verticales. | 2.54. 2.54. | 1.28. 2.64. | 20.5. 20.5. | 111.5 | 32.7. | 35.1. | Rompe. 2.91. | 102.600. | idem. |
| A.E. Albañilería hueca Huecos horizontales | 2.54. 2.54. | 1.27. 2.54. | 20.3. 20.3. | 111.5. | 35.2. | 18.65. | Rompe 2.75. | 56.200. | idem |
| A.F. Albañilería de Blo- ques | 2.46. 2.46. | 1.22. 2.44. | 19.8. 19.8. | 83. | 31.3. | 29.6 | Rompe. 2.39. | 57.800. | idem. |
| G.Z. Concreto mezcla 1:3:5. | 2.52. 2.52. | 1.25. 2.44. | 15.5. 15.4. | 137. | 223. Cilindros Hum. | 140 | no rompe 6. | 106.000. 71.000. | 1:3:5 (En volumen) |
| D.A. Concreto mezcla 1:2,5:3,4 | 2.52. 2.52. | 1.25. 2.44. | 15.5. 15.4. | 172. | 262. Cilindros Hum. | 165. | no rompe 6. | 110.000. 92.000. | 1:2,53:3,41. (En peso) |
| D.E. Muro Terracret similar a Bloque lleno. | 2.52. 2.52. | 1.20. 2.41. | 29.8. 29.7. | 70.7. | 50. | 58.5. | Rompe 2.77. | 20 800. ? | 1:1:6 en volumen cem: cal, arena. |
| D.F. Adobe monoli- co. | 2.52. 2.52. | 1.22. 2.44. | 35.6. 35.6. | 15.55 | 15.55. | 5.92. | Rompe 0.762 | 2690 ? | tierra arcillo- sa. |

tes de arena, y si bien es cierto que dada nuestra calidad de ladrillo mezclas muy ricas no se justifican, considerado el problema desde el punto de vista de las tensiones de cisalle, parece lógico no pasar los límites antes fijados si se quiere obtener una buena resistencia a los esfuerzos de corte.

Además en el Cuadro N.º 2 se indican las fatigas de cisalle a las cuales se sometieron los distintos tipos de muros y las fatigas correspondientes a una deformación unitaria de 1 milímetro.

CUADRO 2

| Tipo de muro | Def. mm. | Kgs. | Ω | σ | Observ. | Fatiga para def. 1 mm. |
|--------------|----------|------|----------|----------|----------|------------------------|
| AA | 1.015 | 2840 | 635 | 4.48 | no rompe | 4.43 |
| AB | 2.03 | 2840 | 627 | 4.52 | no rompe | 2.22 |
| AC | 1.65 | 1820 | 628 | 2.90 | no rompe | 1.76 |
| AD | 1.015 | 1820 | 627 | 2.90 | rompe | 2.86 |
| AE | 1.015 | 1820 | 618 | 2.94 | rompe | 2.90 |
| AF | 2.03 | 1365 | 603 | 2.26 | rompe | 1.115 |
| CZ | 0.203 | 2730 | 473 | 5.77 | no rompe | 28.4 |
| DA | 0.178 | 2730 | 470 | 5.80 | no rompe | 32.6 |
| DE | 0.28 | 2730 | 905 | 3.05 | rompe | 10.9 |
| DF | 0.686 | 682 | 1085 | 0.628 | rompe | 0.915 |

Este cuadro puede servir en algunos casos para formarse una idea aproximada del grado de rigidez de elementos similares cuando se encuentran sometidos a esfuerzos horizontales, y sería de sumo interés llegar a disponer de elementos similares de juicio para nuestras albañilerías reforzadas.

CÁLCULO DEL MURO DE ALBAÑILERÍA REFORZADA

Para entrar al cálculo del muro de albañilería reforzada deberemos conocer o adoptar una relación de los módulos de la elasticidad para ambos materiales albañilería y hormigón armado.

Para el hormigón armado sabemos que su valor oscila entre 210,000 K/cm.² y 140,000 K/cm.² aproximadamente dependiendo estos valores de la calidad del hormigón y de las fatigas a que se halla sometido.

De ambos valores escogeremos el más bajo para nuestros cálculos por cuanto en general se trata de hormigones cuya dosificación oscila entre 200 y 250 Kgs. de cem. por m.³ sometidos a tensiones relativamente bajas.

Para la albañilería escogeremos el valor de 14,000 K/cm.² por ser el más bajo de todos los observados, quedando así a cubierto de las contingencias inherentes a una ejecución deficiente.

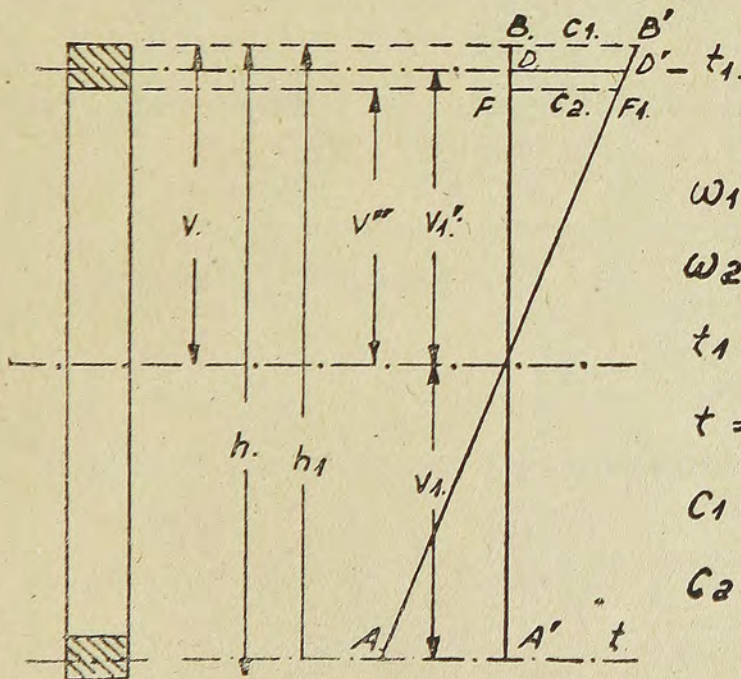
Más adelante y a base de las fórmulas podremos comprobar que estos valores no tienen una importancia especial, pues sólo influyen en el estudio de la flexión y del cisalle en forma de un coeficiente que en todo caso aunque haga variar en parte los resultados numéricos no influyen en las conclusiones que de ellos se deducen.

Tendremos, por lo tanto:

$$\frac{E_c}{E_L} = \frac{140,000}{14,000} = 10 = (*) \quad (2)$$

Si suponemos un muro de sección rectangular con pilares de sección Ω en sus extremos podremos plantear en caso de flexión del mismo las siguientes relaciones.

FIGURA 1



- ω_1 = sección compr. de Concr.
- ω_2 = sección extendida de Concr.
- t_1 = fatiga comp. concreto.
- t = fatiga tracción concreto.
- C_1 = fatiga comp. fibra extrema.
- C_2 = fatiga comp. max. albañilería.

(*) El doctor Ingeniero Shigeyuke Kanamori ha usado para albañilería armada el valor $n = 25$ y $E_L = 84,000$ K/cm.²

siendo E_L y E_c los coeficientes de elasticidad del ladrillo y el concreto respectivamente tendremos:

$$C_1 = E_L \frac{BB^1}{\Delta x} \quad t_1 = E_c \frac{DD^1}{\Delta x}$$

$$C_2 = E_L \frac{FF^1}{\Delta x} \quad t = E_c \frac{AA^1}{\lambda x}$$

$$t = C_1 \frac{E_c}{E_L} \frac{AA^1}{BB^1} = C_1 \times 10 \cdot \frac{V_1}{V} \quad (3)$$

$$t_1^2 = C_c = \frac{E_c}{E_L} \frac{DD^1}{BB^1} = C_1 \times 10 \frac{V'}{V}$$

siendo:

$$V_1 = h_1 - V$$

$$V' = V - \frac{\delta}{2}$$

$$V'' = V - \delta$$

y partiendo de la siguiente relación:

$$t \omega = t_1 \omega_1 + \frac{C_2 e}{2} V'' \quad (4)$$

se llega a la siguiente ecuación que permite conocer

$$V = -19 \delta \pm \sqrt{352 \delta^2 + 20 \delta h_1} \quad (5)$$

para llegar a este valor se ha supuesto la igualdad de ω y $\omega_1 = b \delta$ en caso contrario deberá hacerse uso de la relación:

$$V = - \left[\frac{20 \omega}{b} - \delta \right] \pm \sqrt{\frac{10 \omega}{b} \left(\frac{40 \omega}{b} - 3 \delta + 2 h_1 \right)} \quad (6)$$

que es más general.

Conocido V nos será posible también conocer el módulo resistente de la sección partiendo de la relación:

$$M = t \omega V_1 + t_1 \omega V' + C_2 \frac{b V''^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \quad (7)$$

de donde transformando y substituyendo se llega a la relación:

$$M_v = C_1 \left(10 \omega V_1^2 + 10 \omega V'^2 + \frac{V''^3 \cdot b}{3} \right) \quad (8)$$

luego puede considerarse el término entre paréntesis como equivalente al momento de inercia de la sección:

$$\left. \begin{aligned} I &= 10 \omega V_1^2 + 10 \omega V_2' + \frac{e}{3} V''^3 \\ t &= 10 C_1 \frac{V_1}{V} \\ t_1 &= 10 C_1 \frac{V^1}{V} \\ C_2 &= C_1 \frac{V''}{V} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Las armaduras de tracción se calcularán por la relación $\frac{t \omega}{1,400} = f_e$ aceptando la fatiga de 1400 Kgs/cm.² en el fierro por tratarse de esfuerzos que sólo existen en caso de movimientos sísmicos y por lo tanto no permanentes.

Sin embargo, como veremos luego en los ejemplos numéricos, no es el valor de las fatigas desarrolladas por flexión en el muro las que limitan su resistencia sino las de cisalle.

Al estudiar los esfuerzos de cisalle en el muro debemos considerar que el material no es homogéneo y que además presenta determinados planos y zonas de falla.

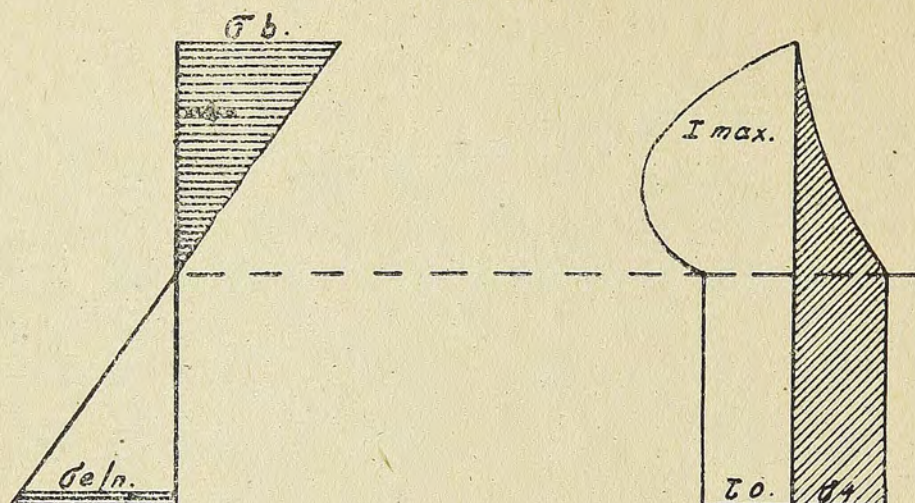
De acuerdo con la teoría de ruptura de Mohr que se adapta bastante bien a los materiales poco elásticos, sabemos que: si se consideran diversos planos C que pasan por un punto determinado y para los cuales rige la misma tensión normal el más debilitado será aquel en que a la vez exista la máxima tensión de cisalle (*). Como además en el caso del muro existe un plano de falla creado en las juntas de los ladrillos, no nos será posible seguir haciendo uso de las mismas relaciones que se plantean en el concreto armado, pues aquí interesan las tensiones principales obtenidas de la fórmula:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \\ \tau &= \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(*) En el caso de materiales como el hormigón se cumple que: $p_z = \frac{p_1 + p_2}{p_1 \cdot p_2}$ siendo p_z la fatiga admisible de cisalle y p_1 y p_2 las fatigas de compresión y tracción de los materiales. (Timoshenko-Lesells. Festigheitslehre).

y no la tensión de cisalle pura que en realidad es superior como lo demuestra Moersch en varios casos calculados expresamente y uno de cuyos diagramas de tensiones reproducimos a continuación.

FIGURA 2



De acuerdo con estos diagramas la tensión máxima de cisalle se genera en la altura del centro de gravedad de la sección útil de acuerdo con la conocida fórmula

$$\tau_a = \frac{Q \cdot S_a}{b I} \quad (11)$$

fórmula en que Q es el esfuerzo de corte b el ancho de la sección considerada, I el momento de inercia de la sección útil y S_a el momento estático de las secciones que quedan sobre la línea en la cual se estudia la tensión de cisalle.

En consecuencia será necesario conocer primeramente la posición del centro de gravedad en función del valor de V y en el caso que estudiamos para $\omega = \omega_1 = b \delta$ este valor está dado por la relación:

$$y = \frac{1}{2} \left[\frac{20 \delta h_1 + 9 \delta^2 + V^2}{20 \delta + V - \delta} \right] \quad (12)$$

En cuanto al valor I puede fácilmente calcularse mediante las relaciones conocidas, para lo cual no indicaremos fórmula alguna, pues es más sencillo calcularlo en cada caso con los valores que se obtengan para V e y .

Cuando además de un esfuerzo de flexión, el muro se halla sometido a uno de compresión simultáneo, las fórmulas para V se transforman en parte y en ese caso al igual que sucede en las fórmulas de hormigón armado se llega partiendo de:

$$\left. \begin{aligned} N &= t_1 \omega + \frac{C_2 b (V - \delta)}{2} - t \omega \\ M &= t_1 \omega \left(h_1 - \frac{\delta}{2} \right) + \frac{C_2 (V - \delta) b}{2} \left[h_1 - \delta - \frac{1}{3} (V - \delta) \right] \end{aligned} \right\} (13)$$

a una ecuación de tercer grado para V que puede resolverse por aproximaciones sucesivas siempre que la excentricidad e no sea tal que N caiga dentro del tercio central, ya que en ese caso deberá plantearse el problema en forma distinta.

La ecuación de tercer grado toma la forma siguiente:

$$V^3 + 3V(a - h_1) + V(114a\delta - 27\delta^2 - 9h_1\delta) + [27\delta^2(h_1 - a) - 13\delta^3 - 60ah_1\delta] = 0 \quad (14)$$

en la cual se ha supuesto para mayor simplicidad $\omega = \omega^1 = b\delta$

El término a que figura dentro de la ecuación, corresponde a la excentricidad de la fuerza normal referida al eje del pilar traccionado, y, por lo tanto:

$$\frac{M}{N} = e \quad a = e + \frac{h - \delta}{2} \quad (15)$$

Para el caso en que la fuerza N cae dentro del núcleo central de la sección, no hay dificultad alguna en determinar S e I , por cuanto no es necesario conocer V y basta tan sólo con buscar el centro de gravedad de la sección equivalente, sin embargo, este caso como veremos más adelante al analizar y comentar los ejemplos se presentará raras veces.

A continuación abordaremos el cálculo de un paño de albañilería flanqueado por pilares de acuerdo con las fórmulas antes expuestas.

Con las dimensiones acotadas en el dibujo se obtienen las siguientes relaciones y valores:

$$V = 19 \times 30 \pm \sqrt{352 \times 30^2 + 20 \times 30 \cdot 315} = 142 \text{ cmts.}$$

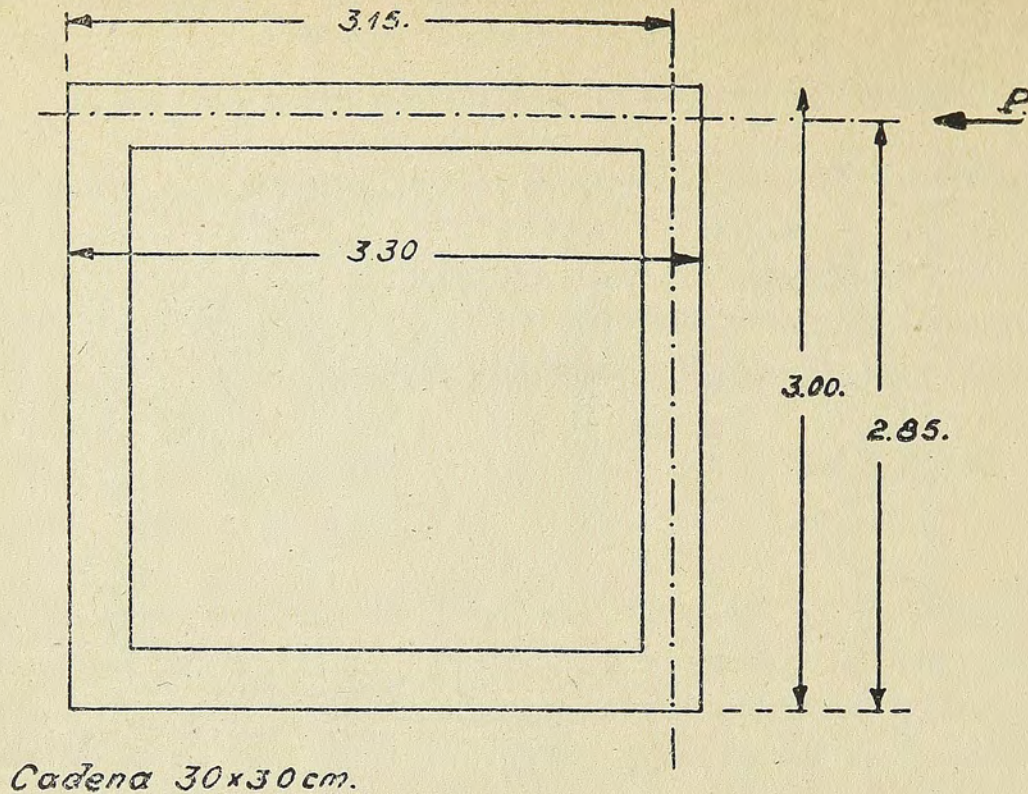
$$V_1 = 3.15 - 1.42 = 1.73 \text{ mts.}$$

$$V^1 = 1.42 - 15 = 1.27 \text{ mts.}$$

$$V'' = 1.42 - 30 = 1.12 \text{ mts.} \quad (16)$$

$$I^1 = 10 \times 900 \times 173^2 + 10 \times 900 \times 127^2 + \frac{30}{3} \times 112^2 = 419.000.000 \text{ cm.}^4$$

FIGURA 3



Si aceptamos para la albañilería una compresión máxima de sólo 1.5 Kgs/cm² tendremos $C_2 = 1.5 \text{ Kgs/cm.}^2$

$$C_1 = 1.5 \times \frac{142}{112} = 1.9 \text{ Kgs/cm.}^2$$

$$M_{\max} = \frac{1.90 \times 419 \times 10^6}{1.42} = 5610000 \text{ Kg. cm.} = 56.1 \text{ Tmt.} \quad (17)$$

Fatiga máxima de tracción en el núcleo de concreto

$$t = 10 \cdot 1.9 \cdot \frac{173}{142} = 23.1 \text{ K/cm.}^2$$

$$F_{\text{tracc.}} = 900 \cdot 23.1 = 20.700 \text{ Kgs.}$$

Sección necesaria de hierro

$$\frac{20700}{1400} = 14.85 \text{ cm.}^2 \sim 4 \Phi 7/8 \quad (18)$$

Estas barras deberán, naturalmente, tener el anclaje correspondiente, y en este caso deberán retornar en la cadena superior para poder realizar este anclaje.

Del ejemplo anterior se deduce que haciendo abstracción del cisalle en una albañilería, ésta puede resistir esfuerzos considerables, ya que a un momento de 56.1 Tmt. corresponde un esfuerzo horizontal de

$$H. \frac{56.1}{2.85} = 19.7 \text{ Tons.} \quad (19)$$

Veamos ahora cuál es la resistencia por cisalle de esta sección.

Si aceptamos el cálculo usual y fijamos la fatiga máxima admisible en 0.75 K/cm² tendremos calculando aproximadamente

$$\begin{aligned} Q &= 0.75 \times 30 \times 330 = 7430 \text{ Kgs.} \\ M &= 7430 \cdot 2.85 = 21200 \text{ Kg mt.} \end{aligned} \quad (20)$$

Como v en este caso sólo depende de la sección es posible despejar Q de la fórmula

$$Q = \frac{\tau b J}{S}$$

En este caso tendremos:

$$\begin{aligned} I &= 428.970.000 \text{ cm}^4 & y &= 153 \text{ cmts.} \\ S &= 1.330.000 \text{ cm}^3 & \text{sobre la cota } y_1 &= 142 \end{aligned}$$

$$Q = \frac{0.75 \cdot 30 \cdot 428,970 \times 10^6}{1.330.000} = 7270 \text{ Kgs.}$$

Si consideramos ahora esta fuerza para el cálculo del momento tendremos:

$$M = 7270 \cdot 2.80 = 20700 \text{ Kmt.}$$

luego

$$C_1 = \frac{2070000 \cdot 142}{419.000.000} = 0.7 \text{ Kgs/cm}^2$$

$$C_2 = 0.7 \frac{112}{142} = 0.552 \text{ Kgs/cm}^2$$

$$t = 10 \cdot 07 = \frac{173}{142} = 8.53 \text{ Kgs/cm}^2$$

Sección necesaria de fierro

$$\frac{900 \cdot 8.53}{1400} = 5.48 \text{ cm}^2$$

y aceptando $\sigma = 1700 \sim 4\Phi\frac{1}{2}$ máximo.

Si consideramos ahora el caso del muro con una carga repartida uniformemente de 2 Km/cm^2 y un esfuerzo horizontal de 7500 Kgs . aproximadamente, tendremos:

$$N = 330 \cdot 30 \cdot 2 = 19800 \text{ Kgs.} \quad (21)$$

$$M = 7500 \cdot 285^2 = 21400 \text{ Kgs mt.}$$

$$e = \frac{21400}{19800} = 1.08 \text{ mts.} \quad a = 1.08 + 1.425 = 2.505$$

Con estos valores resulta para v la siguiente ecuación:

$$v^3 - 1.95v^2 + 74.57v - 140.77 = 0$$

que se satisface para $v = 1.895 \approx 1.9$

(se adoptará este último valor para el cálculo de las tensiones).

$$I = 432.680.000 \text{ cm}^4 \quad y = 153$$

$$S = 1.475000 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{7500 \cdot 1.475.000}{30 \cdot 432.680.10^6} = 0.846 \text{ Kgs/cm}^2$$

$$\tau_o = \frac{7500 \cdot 1.125.000}{30 \cdot 432.680 \times 10^6} = 0.645 \text{ Kgs. cm}^2 (*)$$

Este último valor corresponde a la tensión diagonal máxima de la sección y que como puede verse es menor en un 23.7% de la tensión máxima de cisalle. En cuanto a las tensiones en el muro y pilares valdrán:

$$C_1 = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{I} = 2 + \frac{2.140.000 \times 190}{432.680 \times 10^6} = 0.94 + 2 = 294 \text{ K/cm}^2$$

$$t_a = 10 \cdot 0.94 \frac{125}{190} = 6.18 \text{ Kgs/cm}^2 \quad t = -2 + 6,18 = 4,18 \text{ Kgs/cm}^2$$

$$C_2 = 2 + 2.94 \frac{160}{190} = 2 + 0.792 = 2.792 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_e = \frac{4,18 \cdot 900}{1400} = 2.69 \text{ cm}^2$$

bastan $4 \Phi \frac{1}{2}''$

(*) $\sigma_{\max} = 0.605$.

$t_{\max \max} = 0893$ para $\alpha = 35^\circ 55'$

En este último ejemplo podremos apreciar que si bien ha habido una disminución de la tensión principal ha habido, en cambio, un aumento de la tensión de cisalle; sin embargo, este aumento puede aceptarse si se considera que la carga sobre los ladrillos agrega un factor de seguridad a la adherencia a la mezcla que los une y que corresponde al efecto de fricción entre los ladrillos que existirá aun cuando falle el mortero.

Este coeficiente de fricción se avalúa generalmente en 0.5 a 0.7 luego si aceptamos el valor 0.5 en el caso anterior podríamos llegar a un cisalle de 1 K1/cm².

Este valor puede considerarse prácticamente y después de los datos experimentales citados antes como el máximo admisible.

Si consideramos que en el caso del muro descargado, esta seguridad por fricción es muy pequeña y que sólo contamos con la adherencia del mortero se puede aceptar en ese caso un valor máximo de 0.5 K/cm² y para las diferentes cargas verticales establecer una gradación, cuya forma podría ser la siguiente:

$$\tau = 0.5 + \frac{f}{5} \cdot \sigma'$$

fórmula en que σ' es la fatiga de trabajo del ladrillo y f el coeficiente de fricción del ladrillo con ladrillo y en la cual se aceptarían los siguientes valores como máximo:

$$f = 0.5 \quad \sigma' = 5 \text{ Kgs/cm}^2$$

Referente al cálculo de la cadena superior podremos suponer que se trata de un estribo tal como los empleados en el hormigón y que está destinado a tomar totalmente una de las componentes del cisalle y en este caso naturalmente deberemos basar nuestro cálculo en la tensión principal, lo cual nos llevará a un resultado que por lo demás parece bastante lógico, cual es el que debemos poner cadenas más firmes en los muros descargados que en los cargados por cuanto ellas deben garantizar la indeformabilidad del del rectángulo formado por pilares y cadenas, deformabilidad que será mayor cuando no existan cargas sobre el muro.

Para los casos antes calculados se obtendrían las siguientes secciones de fierro:

$$Fe_1 = \frac{0.75 \times 30 \cdot 260}{1400} = 4.18 \text{ cm}^2 < 4 \Phi 1\frac{1}{2}''$$

$$Fe_2 = \frac{0.645 \cdot 30 \cdot 260}{1400} = 3.6 \text{ cm}^2 \ll 4 \phi 1\frac{1}{2}''$$

En cuanto se refiere al cálculo mismo del muro vemos que es posible evitar las largas y complicadas fórmulas por cuanto sus valores son muy próximos a los obtenidos por la sencilla relación

$$\tau = \frac{Q}{\Omega} \quad (*)$$

(*) Esta relación puede aceptarse como 1.^a aproximación.

Resumiendo finalmente los resultados de los cálculos hechos, veremos que la sección necesaria de fierro en los pilares, si es que éstos no trabajan aisladamente, es pequeña y que ningún fin tiene el aumentarla ya que una vez rota la albañilería, aun suponiendo que los pilares junto con la cadena trabajaran como marco rígido y cualquiera que fuera la rigidez de la cadena de estos pilares no estarían en condiciones de resistir el esfuerzo horizontal. En efecto, en el caso del ejemplo anterior cada pilar debería resistir en la cabeza o en la base un momento cuyo valor mínimo sería:

$$\frac{7500}{2} \cdot \frac{260}{2} = 4880 \text{ Kg/mt.}$$

y una sección de 30×30 con $4\phi^{3/4}$ trabajando el fierro a 1.800 Kgs. y en concreto a 58.8 K/cm^2 sólo es capaz de resistir 2.340 Kmt.

En consecuencia, no tiene sentido alguno el aumentar las secciones de fierro de los pilares para resistir el esfuerzo sísmico horizontal si no se aumenta al mismo tiempo la rigidez de ellos, calculándolos entonces como elementos de un marco rígido y considerando la albañilería como un mero relleno, *pero sin olvidar que los paños de albañilería son de por sí más rígidos que los marcos, y por lo tanto tomarán el máximo de esfuerzo hasta romperse actuando aquellos posteriormente* y con esfuerzos que en ese caso son mayores por tratarse de acciones que se desatan bruscamente llevando así a tensiones iniciales que pueden ser el doble de las previstas. Salvo que se adopte como relleno un material cuyo coeficiente de elasticidad sea lo suficientemente bajo para permitir deformaciones mayores sin destruirse.

Tal vez sea más económico recurrir en estos casos en que las tensiones en la albañilería son superiores a las admisibles al empleo de diagonales de concreto, cuyo cálculo es más sencillo y que además de la economía en fierro que significan comparados con la solución de marco rígido aseguran una mayor indeformabilidad y, en consecuencia, previenen la destrucción parcial de la albañilería.

También se deduce la importancia que tiene el hecho de que los hierros estén bien anclados y que esta longitud de anclaje sea suficiente, teniendo en cuenta que ella debe ser superior a la usual de 40 diámetros cuando el concreto es de dosificación pobre.

Graf, en un interesante estudio aparecido en el *Beton u Eisen* del año 1939, establece que las longitudes de anclajes, si se ha de aprovecharse al máximo el fierro, deberán ser mayores para los hormigones pobres, especialmente cuando se trate de esfuerzos repetidos llegando a establecer valores entre 30 y 50 d para hormigones cuya resistencia a los 28 días sea de 300 y 160 K/cm^2 , respectivamente aumentando los valores de anclaje para hormigones de inferior calidad.

Hasta aquí sólo hemos considerado un paño rectangular de base casi igual a la altura, sin embargo no es este el caso más frecuente sino aquel en que el paño resistente está formado por múltiples elementos de tipo similar y cuya base es bastante mayor que la altura.

De acuerdo con el estudio de flexión de vigas altas y delgadas la hipótesis de

Navier sólo es aceptable mientras la relación de alto de la viga respecto de la luz sea igual o inferior a 1 para valores mayores de 1 las secciones no se mantienen planas y se ha comprobado que los estudios de Bay, Dischinger, Craemer y A. Timpe que la altura activa de la viga tiene un límite que depende de la luz de ésta.

El estudio elástico de estos elementos lo hace Bay partiendo de una expresión diferencial para una cierta función de las tensiones F- (*) cuya forma es:

$$\frac{\delta^4 F}{\delta x^4} + \frac{2 \delta^4 F}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 F}{\delta y^4} = 0 \quad (23)$$

Esta expresión es idéntica a la conocida para la resolución del problema de la flexión de placas, sólo que en este último caso se trata de una expresión con segundo miembro

$$\frac{\delta^4 z}{\delta x^4} + \frac{2 \delta^4 z}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 z}{\delta y^4} = -\frac{p}{H} \quad (24)$$

Expresión en que p es la carga de la placa y H una constante.

De la igualdad en la forma de ambas relaciones se deduce que la función F de tensiones es igual a la deformación de una placa descargada, esto es p=0 y cuyas condiciones de apoyo sean tales que satisfagan los valores de la función F a lo largo de los bordes de la placa.

Como la función de tensiones a lo largo de la placa tiene ciertos puntos conocidos por cuanto es allí donde se aplican las cargas exteriores y éstas son datos del problema, es posible resolver este problema en igual forma que el de las placas cargadas transversalmente usando ya sea el cálculo por diferencias o por desarrollos en serie.

Bay ha resuelto varios casos mediante el cálculo por diferencias. Este cálculo consiste en dividir la placa por una malla, y si consideramos que por cada 3 puntos sucesivos trazamos una parábola que coincida con la forma de la función F en ese sector tendremos un camino para expresar las diferenciales de la función F como diferencias entre las coordenadas de los diferentes puntos y establecer finalmente una serie de ecuaciones lineales que relacionan entre sí cada punto con los 12 adyacentes y que permiten calcular los n valores de la función con cuya ayuda es posible conocer el desarrollo de las tensiones en la viga placa.

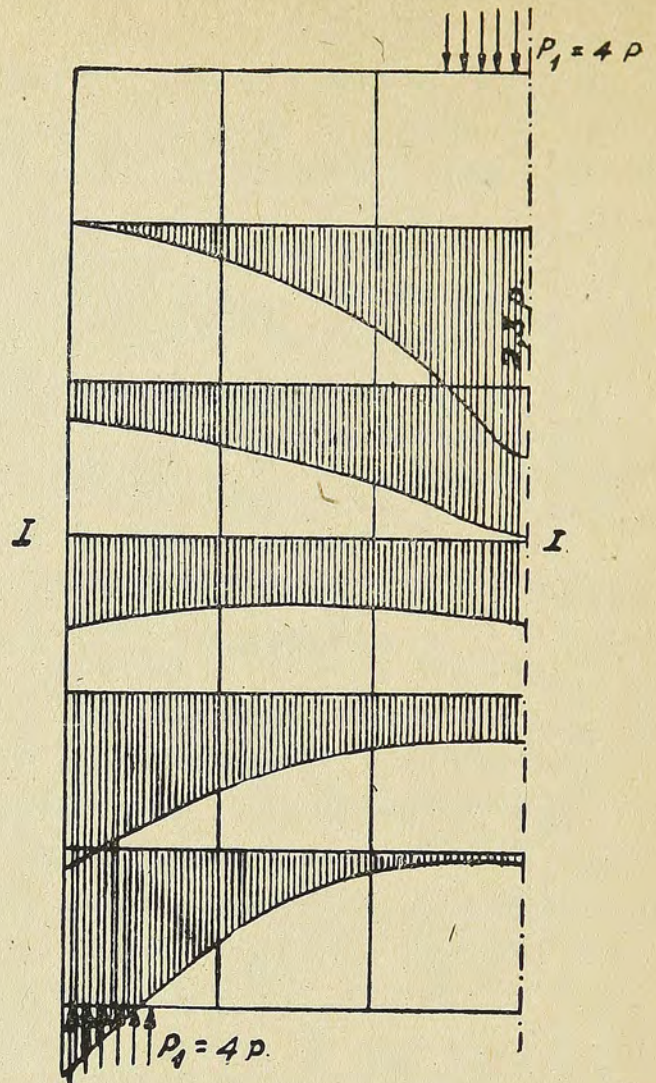
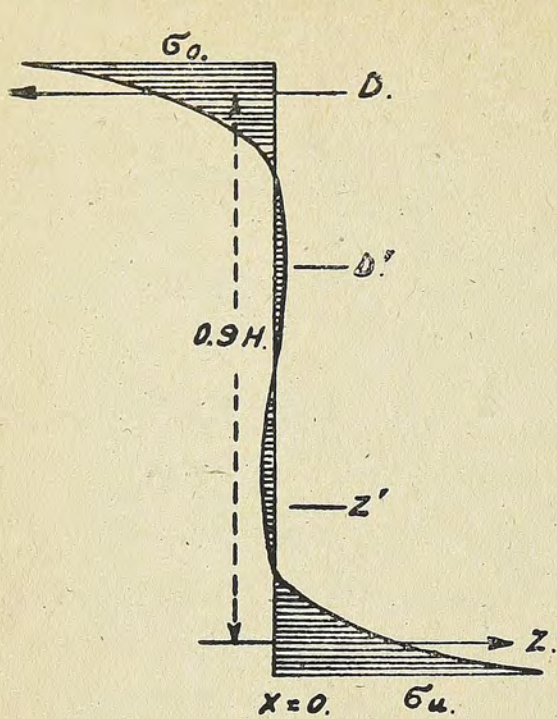
Bay, ha hecho este cálculo para distintos casos de carga, entre ellos para el caso de una carga centrada en la parte superior tal como se indica en la figura, y ha encontrado que las tensiones de flexión se reparten según el diagrama indicado en la figura 4 y las tensiones de compresión según la figura 5.

Cuando la relación de altura a luz son más grandes aun se llega a las formas indicadas en las figuras (6 y 7).

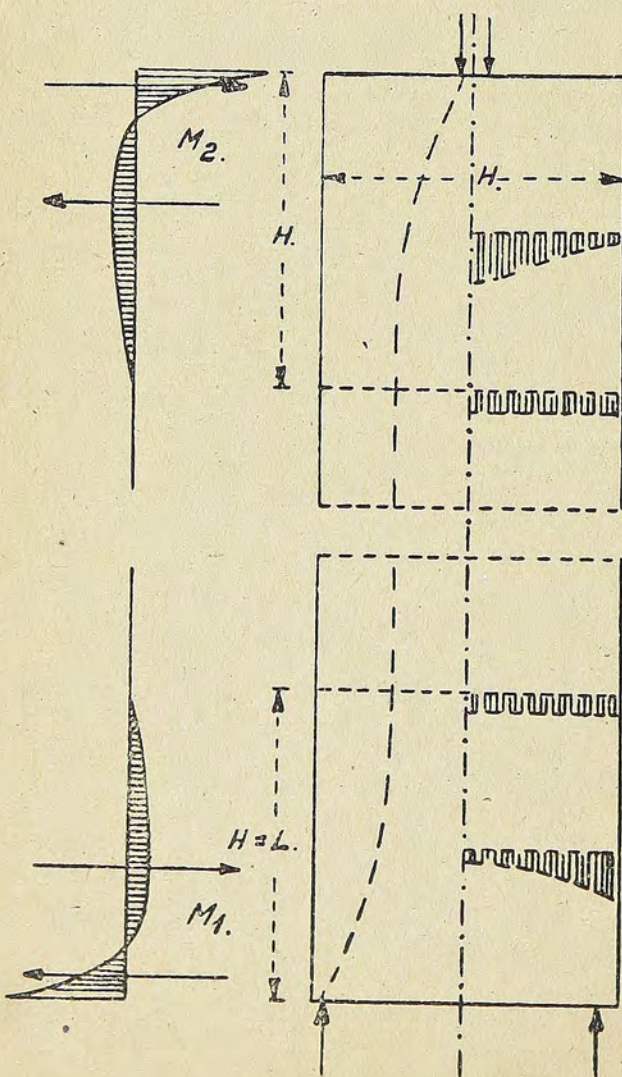
Esto es de importancia en el caso de los muros, pues si los asimilamos a la mitad de una placa delgada vemos que se producirán tensiones de tracción en zonas

F* Conocida bajo el nombre de función de tensiones de Airy.

FIGURAS 4 Y 5



FIGURAS 6 Y 7



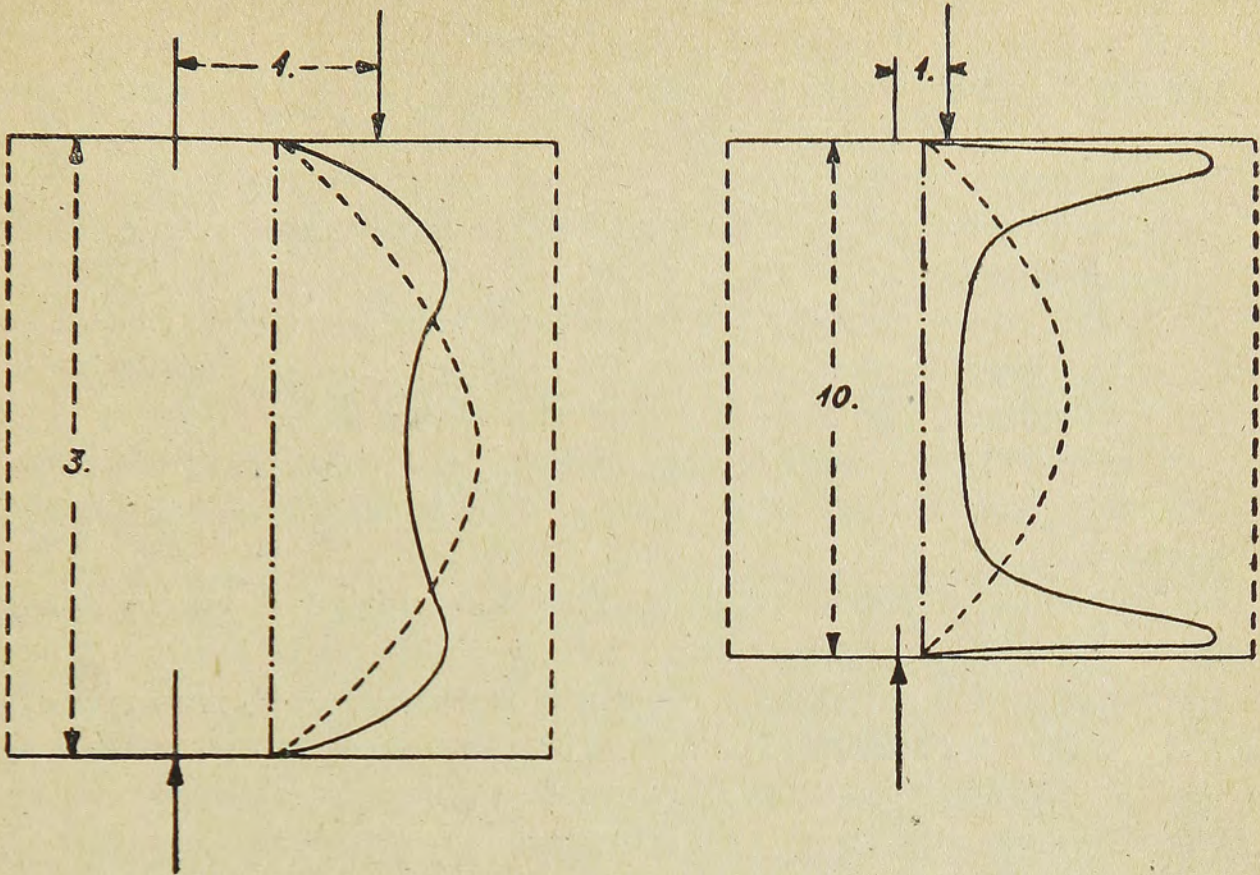
en las cuales al distanciar sin criterio alguno los pilares, no existirán elementos resistentes a esta sollicitación, y parece prudente no aceptar distancias mayores que las alturas de los paños en referencia.

Respecto de las tensiones de cisalle también se producen cambios importantes, y según Bay, ellas toman la forma indicada en las (figuras (8 y 9) lo cual vendría a indicar que sólo actúan activamente el primero y último paño, de la serie sucesiva que forma el muro.

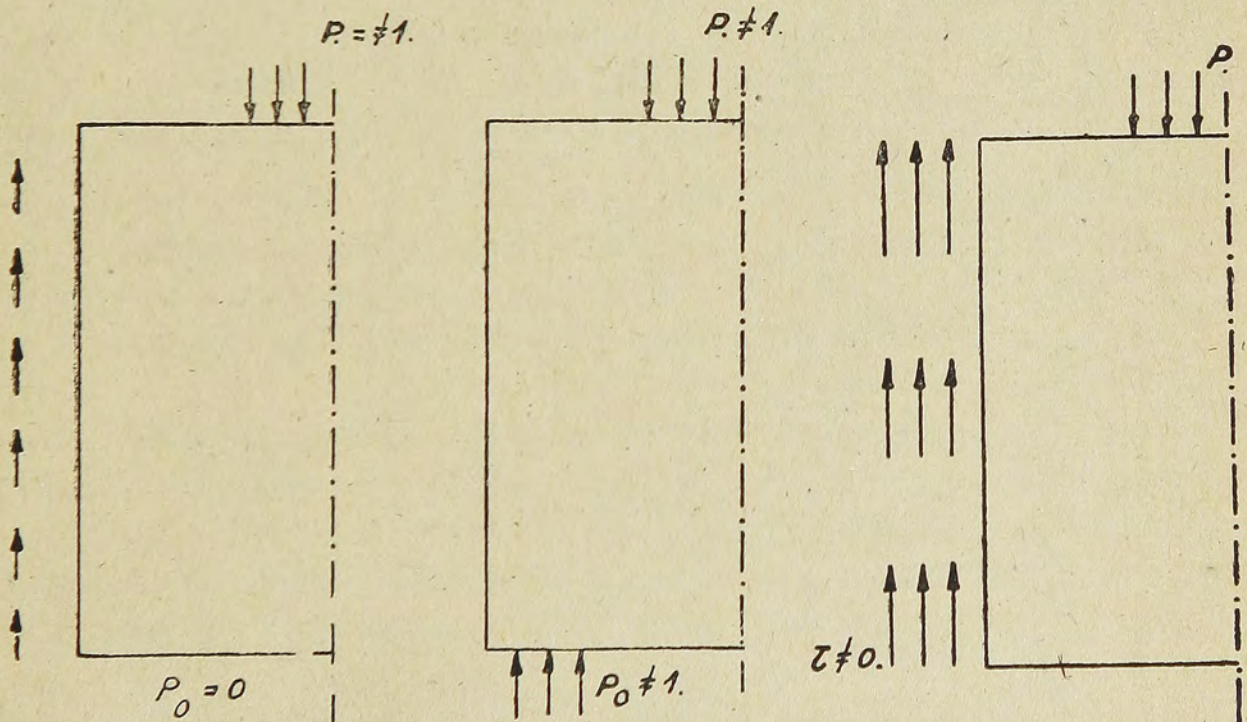
Naturalmente, no parece lógico aceptar sin más antecedentes estas conclusiones por cuanto la suposición hecha por Bay de repartición de cargas en los bordes puede en nuestro caso ser diferente.

En efecto, él supone una repartición según lo indica la figura (10) suponiendo además 0— las tensiones tangenciales en los bordes laterales,

FIGURAS 8 Y 9



FIGURAS 11, 10 Y 12



En nuestro caso caben varias soluciones diferentes con la correspondiente variación en la forma de repartición de las tensiones.

1.º El caso de un paño solo al cual transmite su carga una losa, las tensiones en el borde son tensiones aproximadamente uniformes de cisalle a todo el largo (*).

(*) Para un caso similar resuelve Föppl las ecuaciones pero por los límites impuestos sus conclusiones sólo sirven para valores de $h/L < \frac{1}{4}$ y en los puntos alejados de los apoyos.

2.º El caso de un muro que recibe cargas centradas en su parte superior y aplicadas en un solo extremo, como por ejemplo el caso de un muro que cierra una nave de fábrica, cuyo techo no tiene rigidez horizontalmente.

3.º El caso de paños múltiples de edificios comunes de cierta altura en que por la distribución de las vigas los esfuerzos se hayan concentrados en los pilares intermedios y extremos.

Estas tres formas pueden asimilarse a los tres casos de carga que sería de interés analizar indicados en la fig. 10, 11 y 12.

Vemos además que para el 2.º caso es perfectamente aceptable la hipótesis de cálculo de Bay, y por lo tanto podríamos aceptar en este caso las líneas de tensiones por él deducidas.

Para los casos 1.º y 3.º sería necesario plantear las diversas ecuaciones y resolver el problema para poder en definitiva opinar sobre la distribución más adecuada de los esfuerzos.

La Fotoelasticidad ha comprobado que los cálculos hechos en vigas muy altas respecto de la luz libre, se cumplen bien y sería de desear que en nuestras escuelas de ingeniería se fuera a la realización del estudio fotoelástico de los muros armados de cadenas y pilares estudiando el efecto de las cargas en elementos formados por materiales de distinta elasticidad no con el fin de ir a medidas exactas de tensiones sino tan solo y como labor previa, para determinar la forma en que trabajan efectivamente estos elementos y si las simples suposiciones que expresamos aquí tienen o no alguna base efectiva.

Posteriormente podría irse al análisis y ensayo de elementos de tamaño natural con el fin de completar nuestras ordenanzas con datos efectivos y a base de nuestros materiales y de nuestra modalidad de ejecución alejándonos en lo posible de datos y normas copiadas a otros países, y que difícilmente corresponden a nuestras necesidades.
