Posiciones medias, verdaderas y aparentes de las estrellas

POR

ISMAEL GAJARDO REYES

Prescindiendo del error debido a la refracción, las coordenadas ecuatoriales de una estrella varían con el tiempo por las causas siguientes: 1.ª por el movimiento de precesión; 2.ª por el movimiento de nutación; 3.ª por la aberración; 4.ª por el movimiento propio; y 5.ª por la variación secular de los planos fundamentales, sin contar la paralaje anual que sólo para muy pocas estrellas tiene un valor apreciable. Así, pues, para que dichas coordenadas sean comparables, es necesario que se refieran las posiciones *verdaderas* de cada estrella al equinoccio de una época determinada.

Las *posiciones medias* resultan de considerar las coordenadas de las estrellas referidas al *equinoccio medio* de una época, es decir, a la posición que tendría el primer punto de Aries, si solamente variase por el movimiento de precesión; las *posiciones verdaderas* se refieren a la verdadera posición del primer punto de Aries, es decir, cuando se toma en cuenta además el movimiento de nutación; las ***posiciones aparentes*** se refieren a la posición de la estrella afectada por el error de aberración.

Los catálogos dan las posiciones medias de las estrellas referidas al equinoccio medio de una época fija, que es el principio de año (la fecha del catálogo), y los datos necesarios para calcular las posiciones aparentes en otra época cualquiera.

Para resolver este problema se empieza por determinar la posición media de la estrella para el principio del año de la fecha, corrigiendo las coordenadas medias del catálogo de los efectos de la precesión general, de la variación secular de las coordenadas y del movimiento propio de la estrella, por las fórmulas siguientes:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha + \left[\text{prec. anual} + \mu + \frac{\text{variac. secular}}{100}\,\frac{t}{2}\right] t \\ \delta_1 &= \delta + \left[\text{prec. anual} + \mu' + \frac{\text{variac. secular}}{100}\,\frac{t}{2}\right] t \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

en las que α y δ son las coordenadas medias dadas por el catálogo; α_1 i δ_1 las coordenadas medias en la época $\underline{t}$ contada a partir de la fecha del catálogo;

μ y μ', los movimientos propios en ascensión recta y en declinación.

Para la inteligencia de todos los términos de las fórmulas (1) diremos que los planos fundamentales están animados de un lento movimiento que implica como consecuencia una variación secular de las coordenadas de las estrellas, y, por la misma causa, la precesión anual tiene un valor diferente para cada una de ellas.

Un ejemplo pondrá mas en claro el uso de las fórmulas (1).

Supongamos que deseamos calcular la AR y Dec. media de la estrella τ *Tauri* (*) para 1902, 0, tomando sus coordenadas medias del *Catálogo Quinquenal de Estrellas Fundamentales de Greenwich para* 1890,0.

Desde luego tenemos:

Intervalo en años trascurridos desde la época del Catálogo (1890,0)	=	12
Factor para la corrección de la variación secular	=	$\frac{t^2}{200}=\frac{12^2}{200}=\frac{144}{200}=0,72$
AR media en 1890,0	=	$4^h\ 35^m\ 38^s,520$
Corrección por causa de la Precesión ($+3^s,5954 \times 12$)	=	$+\ 43,145$
Corrección por el Movimiento Propio ($-0^s,0010 \times 12$)	=	$-\ 0,012$
Corrección por la Var. Sec. ($+0^s,0121 \times 0,72$)	=	$+\ 0,009$
AR media en 1902,0		4 36 21,662

D. P. N. media en 1890,0		67°	15'	17",68
Corrección por causa de la Precesión ($-7'',215 \times 12$)	=		−1	26,58
Id. Movimiento Propio ($+0'',009 \times 12$)	=		+	0,11
Id. Var. Sec. ($+0'',492 \times 0,72$)			+	0,35
D. P. N. media en 1902,0		67	13	51,56
Dec. media en 1902,0		+22	46	8,44

(*) La estrella τ *Tauri* es una estrella de magnitud 4,3, cuya posición aparente figura en las principales efemérides astronómicas y cuyo número de orden en el *Preliminary General Catalogue de Boss* es 1107.

Conocida la posición media de una estrella para el principio del año, se pasa a la posición aparente relativa a una época cualquiera del mismo, aplicándole las correcciones de precesión y movimiento propio para la fracción de año trascurrida, y, además, las correcciones de nutación y aberración.

Los términos que representan estas correcciones son muy complicados (Véase *The American Ephemeris and Nautical Almanac* para 1917, pájs. 200-205); pero ellos se condensan en las siguientes fórmulas prácticas:

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \alpha + Aa + Bb + Cc + Dd + \tfrac{1}{15}E + \tau\mu \\ \delta' &= \delta + Aa' + Bb' + Cc' + Dd' + \tau\mu' \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

donde α y δ son las coordenadas medias para el principio de año; α' y δ' las coordenadas aparentes en la época τ; μ y μ' los movimientos propios en ascensión recta y declinación; A, B, C, D y E, los llamados *Números Estelares de Bessel*, tienen valores dependientes sólo de la fecha y comunes, por tanto, a todas las estrellas. Los logaritmos de A, B, C, D, con el de E al final de cada página, se encuentran para cada *medianoche* media de Washington en las páginas 202-205 de la citada efeméride astronómica.

En cuanto a los términos a, b, c, d, a', b', c', d', que dependen de las coordenadas de cada estrella, vienen sus logaritmos en los catálogos, como puede verse en el de la *Asociación Británica;* pero si no los traen se pueden calcular mediante las fórmulas siguientes:

$$(3)\begin{cases} a = 3^s{,}07265 + 1^s{,}33636 \operatorname{sen}\alpha \tan\delta & a' = 20''{,}0454 \cos\alpha \\ b = \frac{1}{15}\cos\alpha \tan\delta & b' = -\operatorname{sen}\alpha \\ c = \frac{1}{15}\cos\alpha \sec\delta & c' = \tan\omega \cos\delta - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\delta \\ d = \frac{1}{15}\operatorname{sen}\alpha \sec\delta & d' = \cos\alpha \operatorname{sen}\delta \end{cases}$$

ω, representa la oblicuidad de la eclíptica.

Para reducir una estrella a su lugar aparente, por medio de los *Números Estelares de Bessel*, un ejemplo pondrá bien en claro el uso de las fórmulas del grupo (2).

EJEMPLO I

Cálculo de la posición aparente de la estrella 2 *Aquilae* (*) *en su tránsito por el meridiano superior de Washington el* 2 *de Julio de* 1917.

Posición media en 1917,0.

$\alpha = 18^h\ 37^m\ 43^s, 817 = 279^o\ 25'\ 57'', 28$
$\delta = -9^o\ 7'\ 58''\ 66$

Cálculo de log a

$$a = 3^s, 07265 + 1^s,33636 \text{ sen } \alpha \tan \delta$$

$$\begin{aligned} \log 1^s, 33636 &= 0,12592 \\ \log \text{sen } \alpha &= 9,99409_n \\ \log \tan \delta &= 9,20619_n \\ \hline \log \text{II} &= 9,32620 \end{aligned}$$

$$\log 3^s, 07265 = 0,48751$$

Ahora, con el auxilio de las tablas de logaritmos de adición y de sustracción, tenemos:

$$\begin{aligned} \log \text{II} &= 9,32620 \\ \log \text{I} &= 0,48751 \\ \hline \log \text{II} - \log \text{I} &= 8,83869 \end{aligned}$$

(*) La estrella 2 *Aquilae*, o 4 *H. Scuti*, es una estrella de magnitud 4,8, cuya posición aparente figura en las principales efemérides astronómicas y cuyo número de orden es 2342 en el *Catálogo de Bradley* y 4731 en el *Preliminary General Catalogue de Boss*.

$$\begin{aligned} B &= 0{,}02899 \\ \log I &= 0{,}48751 \\ \hline \log a &= 0{,}51650 \end{aligned}$$

Cálculo de log b

$$b = \tfrac{1}{15} \cos \alpha \tan \delta$$

$$\begin{aligned} \log \cos \alpha &= 9{,}21454 \\ \log \tan \delta &= 9{,}20619_n \\ \log \tfrac{1}{15} &= 8{,}82391 \\ \hline \log b &= 7{,}24464_n \end{aligned}$$

Cálculo de log c

$$c = \tfrac{1}{15} \cos \alpha \sec \delta$$

$$\begin{aligned} \log \cos \alpha &= 9{,}21454 \\ \log \sec \delta &= 0{,}00554 \\ \log \tfrac{1}{15} &= 8{,}82391 \\ \hline \log c &= 8{,}04399 \end{aligned}$$

Cálculo de log d

$$d = \tfrac{1}{15} \operatorname{sen} \alpha \sec \delta$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{sen} \alpha &= 9{,}99409_n \\ \log \sec \delta &= 0{,}00554 \\ \log \tfrac{1}{15} &= 8{,}82391 \\ \hline \log d &= 8{,}82354_n \end{aligned}$$

Cálculo de log a'

$$a' = 20'',0454 \cos \alpha$$

$$\log 20'',0454 = 1,30201$$
$$\log \cos \alpha = 9,21454$$
$$\log a' = 0,51655$$

Cálculo de log b'

$$b' = -\mathrm{sen}\ \alpha$$
$$\log(-\mathrm{sen}\ \alpha) = 9,99409$$
$$\log b' = 9,99409$$

Cálculo de log c'

$$c' = \tan \omega \cos \delta - \mathrm{sen}\ \alpha\ \mathrm{sen}\ \delta$$
$$\omega = 23^\circ\ 27'\ 0'',30$$

$$\log \tan \omega = 9,63726$$
$$\log \cos \delta = 9,99446$$
$$\log \mathrm{I} = 9,63172$$

$$\log \mathrm{sen}\ \alpha = 9,99409_n$$
$$\log \mathrm{sen}\ \delta = 9,20065_n$$
$$\log \mathrm{II} = 9,19474$$

$$\log \mathrm{I} = 9,63172$$
$$\log \mathrm{II} = 9,19474$$
$$\log \mathrm{I} - \log \mathrm{II} = 0,43698$$

$$A = 0,23935$$
$$\log \mathrm{II} = 9,19474$$
$$\log c' = 9,43409$$

Cálculo de log d'

$$d' = \cos \alpha\ \mathrm{sen}\ \delta$$

$$\log \cos \alpha = 9{,}21454$$
$$\log \operatorname{sen} \delta = 9{,}20065_n$$
$$\log d' = 8{,}41519_n$$

Resúmen

log a..........	0,5165	log c..........	8,0440
log A	9.9260	log C	0,5420
log a'	0,5166	log c'..........	9,4341
log Aa	0,4425	log Cc	8,5860
log Aa'........	0,4426	log Cc'........	9,9761
log b..........	$7{,}2446_n$	log d..........	$8{,}8235_n$
log B	$0{,}0766_n$	log D	$1{,}3035_n$
log b'.........	9,9941	log d'..........	$8{,}4152_n$
log Bb	7,3212	log Dd	0,1270
log Bb'	$0{,}0707_n$	log Dd'........	9,7187

Los valores de log A, log B, log C y log D se obtienen, como hemos dicho, directamente de la pág. 204, frente a la fecha del 2 de Julio (V. Amer. Ephem. and Naut. Alm. para 1917).

Ahora, buscando los números correspondientes a los logaritmos preinsertos, se tendrá:

Pos. media para 1917,0	α =	$18^h 37^m 43^s{,}817$	δ =	$-9^o\ 7'\ 58'',66$
	Aa =	+ 2 ,770	Aa' =	+ 2 ,77
	Bb =	+ 0 ,002	Bb' =	— 1 ,18
	Cc =	+ 0 ,039	Cc' =	+ 0 ,95
	Dd =	+ 1 ,340	Dd' =	+ 0 ,52
	E =	+ 0 ,003	$\tau\mu'$ =	0 ,00
	$\tau\mu$ =	+ 0 ,001		

Pos, aparente el 2 de Julio...... $\alpha = 18^{h}\ 37^{m}\ 47^{s},972$ $\delta' = -9^{o}\ 7'\ 55'',60$

El valor de τ (fracción del año =0,5018) se obtiene directamente de la 2.ª columna en la página 210; μ y μ' (movimiento propio de la estrella en ascensión recta y en declinación) los encontramos en la página 227: $\mu = +0_{s},0020$ y $\mu' = -0'',006$.

Ahora $0,5018 \times 0_{s},0020 = 0,00100360$
y $0,5018 \times -0'',006 = -0'',003$

***

Las páginas 206-213 de la misma efeméride astronómica, contienen los *Números Estelares Independientes*, que pueden en muchos casos usarse con ventaja en vez de los ***Números Estelares de Bessel.***

Para esto se emplean las siguientes fórmulas de reducción:

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \alpha + f + f' + \frac{1}{15}\Big[g \operatorname{sen}(G+\alpha)\tan\delta + \\ &\quad + h \operatorname{sen}(H+\alpha)\sec\delta\Big] + \tau\mu \\ \delta' &= \delta + i\cos\delta + g\cos(G+\alpha) + h\cos(H+\alpha)\operatorname{sen}\delta + \\ &\quad + \tau\mu' \end{aligned}\right\} \quad .. \ (4)$$

y, para cuyo cómputo, tanto la *Connaissance des Temps* como el *American Ephemeris* traen calculados, para todos los días del año, a medianoche, los valores *f*, *f'*, G, H, log g, log h y log i.

El ejemplo que sigue demuestra cómo se hace la reducción de una estrella a su posición aparente por los ***Números Estelares** Independientes*.

EJEMPLO II

***Cálculo** de la posición aparente de la estrella 2 Aquilae en su **tránsito** por el meridiano superior de Washington el 2 de Julio de 1917.*

$$
\begin{array}{rlrl}
G &= 23^h\,43^m,9 & \delta &= -9^\circ\ 8',0 \\
\alpha &= 18\ \ 37\ ,7 & G+\alpha &= 18^h\,21^m,6 \\
H &= 11\ \ 20\ ,7 & H+\alpha &= 5\ \ 58\ ,4
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rlrl}
\log \frac{1}{15} &= 8,8239 & \log \frac{1}{15} &= 8.8239 \\
\log g &= 1,2291 & \log h &= 1,3099 \\
\log \operatorname{sen}(G+\alpha) &= 9,9981_n & \log \operatorname{sen}(H+\alpha) &= 0,0000 \\
\log \tan \delta &= 9,2062_n & \log \sec \delta &= 0,0055 \\
\hline
\log (g) &= 9,2573 & \log (h) &= 0,1393
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rlrrr}
\alpha &= & 18^h & 37^m & 43^s,817 \\
f+f' &= & & + & 2\ ,594 \\
(g) &= & & + & 0\ ,181 \\
(h) &= & & + & 1\ ,378 \\
\tau\mu &= & & + & 0\ ,001 \\
\hline
\alpha' &= & 18 & 37 & 47\ ,971
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
\log i &= 0,1793 \\
\log \cos \delta &= 9,9945 \\
\hline
\log (i) &= 0,1738
\end{array}
$$

$$\log g = 1{,}2291 \qquad\qquad \log h = 1{,}3099$$
$$\log\cos(G+\alpha) = 8{,}9736 \qquad \log\cos(H+\alpha) = 7{,}8439$$
$$\log \operatorname{sen}\delta = 9{,}2007_n$$
$$\log(g') = 0{,}2027 \qquad\qquad \log(h') = 8{,}3545_n$$

$$\begin{array}{rl}
\delta = & -9^{\circ}\ 7'\ 58'',66 \\
(g') = & +1\ ,59 \\
(h') = & -0\ ,02 \\
(i) = & +1\ ,49 \\
\tau\mu' = & 0\ ,00 \\
\hline
\delta' = & -9\ \ 7\ \ 55\ ,60
\end{array}$$

Ismael Gajardo.